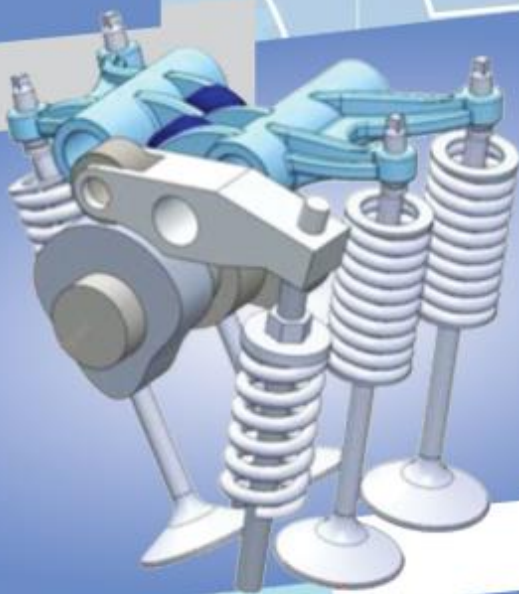


**TS. NGUYỄN THỊ THANH NGA (Chủ biên);
TS. VU THỊ LIÊN; ThS. LÝ VIỆT ANH;
ThS NGUYỄN MẠNH CƯỜNG; TS. LÊ XUÂN HUNG**



CƠ SỞ TÍNH TOÁN THIẾT KẾ CƠ CẤU CAM



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TS. NGUYỄN THỊ THANH NGA (Chủ biên)
TS. VŨ THỊ LIÊN; ThS. LÝ VIỆT ANH;
ThS. NGUYỄN MẠNH CƯỜNG; TS. LÊ XUÂN HƯNG

CƠ SỞ TÍNH TOÁN
THIẾT KẾ CƠ CẤU CAM



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

MỤC LỤC

Trang

LỜI MỞ ĐẦU	1
CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU VỀ CƠ CẤU CAM.....	3
1.1. GIỚI THIỆU	3
1.2. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ CƠ CẤU CAM....	4
1.2.1. Khái niệm và phân loại	4
1.2.2. Các khái niệm cơ bản của cơ cấu cam	8
CHƯƠNG 2. BÀI TOÁN PHÂN TÍCH	11
2.1. NỘI DUNG VÀ PHƯƠNG PHÁP	11
2.2. ĐỒ THỊ SVAJ	16
CHƯƠNG 3. BÀI TOÁN THIẾT KẾ.....	21
3.1. CÁC BƯỚC CỦA QUÁ TRÌNH THIẾT KẾ CAM	21
3.2. NGUYÊN LÝ CƠ BẢN KHI THIẾT KẾ CAM	24
3.2.1. Nguyên lý:	24
3.2.2. Hệ quả:	24
CHƯƠNG 4: CÁC HÀM TOÁN HỌC CƠ BẢN MÔ TẢ	
CHUYỂN VỊ CỦA CÁN.....	27
4.1. HÀM ĐIỀU HÒA ĐƠN GIẢN (SIMPLE HARMONIC)	
.....	27
4.1.1. Hàm điều hòa cho giai đoạn đi xa.....	27
4.1.2. Hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn đi xa	28
4.1.3. Hàm điều hòa cho giai đoạn về gần	30

4.1.4. Hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn về gần ..	32
4.1.5. Nửa hàm điều hòa	33
4.2. HÀM CYCLOIDAL (CYCLOIDAL)	34
4.2.1. Hàm cycloidal cho giai đoạn đi xa.....	34
4.2.2. Hàm cycloidal cho giai đoạn về gần	36
4.2.3. Nửa hàm cycloidal cho giai đoạn đi xa.....	37
4.3. ĐỒ THỊ GIA TỐC KHÔNG ĐỔI.....	38
4.4. ĐỒ THỊ GIA TỐC DẠNG HÌNH THANG	39
4.5. DẠNG ĐỒ THỊ HÌNH THANG CẢI TIẾN	40
4.6. GIA TỐC DẠNG HÌNH SIN CẢI TIẾN	45
4.7. HÀM ĐA THỨC	48
4.7.1. Hàm đa thức bậc 5	50
4.7.2. Hàm đa thức bậc 7	53
4.7.3. Hàm đa thức bậc 8	55
4.8. SO SÁNH ĐỒ THỊ SVAJ CỦA CÁC HÀM CƠ BẢN	59
4.9. PHỐI HỢP NHIỀU DẠNG HÀM TOÁN HỌC CƠ BẢN KHÁC NHAU CHO ĐỒ THỊ CHUYỂN VỊ.....	62
CHƯƠNG 5: SỬ DỤNG ĐƯỜNG CONG SPLINE CHO CHUYỂN VỊ CỦA CẦN	75
5.1. PHƯƠNG TRÌNH MÔ TẢ HÀM B-SPLINE	75
5.1.1. Hàm B-spline	75
5.1.2. Đạo hàm của hàm B-spline	76
5.2. PHƯƠNG TRÌNH MÔ TẢ HÀM NURBS.....	79
5.2.1. Phương trình đường cong NURBS	79

5.2.2. Đạo hàm của hàm NURBS	81
5.3. CHUYỂN VỊ CỦA CÁN SỬ DỤNG ĐƯỜNG CONG SPLINE	83
5.3.1. Ví dụ với 6 điều kiện biên.....	85
5.3.2. Ví dụ với 8 điều kiện biên.....	88
5.3.3. Ví dụ với 16 điều kiện biên.....	91
CHƯƠNG 6. CÁC THÔNG SỐ HÌNH HỌC CỦA CƠ CẤU CAM	99
6.1. KÍCH THƯỚC CAM.....	99
6.1.1. Cơ cấu cam với cần đẩy con lăn	99
6.1.2. Cam cần đẩy bằng	106
6.2. BIÊN DẠNG CAM	111
6.2.1. Với cam cần đẩy con lăn:	111
6.2.2. Cam cần đẩy bằng	112
6.3. VÍ DỤ VỀ THIẾT KẾ CAM.....	113
BÀI TẬP	119
TÀI LIỆU THAM KHẢO	125

LỜI MỞ ĐẦU

Cơ cấu cam là một trong những cơ cấu có tính chất linh hoạt bởi nó tạo ra chuyển động của cần mong muốn tùy thuộc vào biên dạng cam. Vì vậy, việc tính toán thiết kế cơ cấu cam là một vấn đề cần thiết cho việc tổng hợp cơ cấu nói chung.

Nội dung của sách trình bày cơ sở về tính toán thiết kế cơ cấu cam. Các phương trình toán học thông thường được sử dụng cho chuyển vị của cần trong cơ cấu cam. Thảo luận về điều kiện biên khi thiết kế cơ cấu cam sử dụng phương trình đường đa thức. Hơn nữa các hàm dạng spline cũng được đưa ra trong sách này. Cách áp dụng các phương trình toán học cho việc thiết kế cam khi biết các yêu cầu thiết kế. Hơn nữa, các bước trong quá trình thiết kế cam cũng được đưa ra nhằm tạo một cái nhìn tổng quát cho người đọc có được các kiến thức cốt lõi trong việc thiết kế cơ cấu cam. Các thông số ảnh hưởng đến kích thước cam và quá trình chế tạo cam cũng được thảo luận trong sách này. Các ký hiệu trong sách được ký hiệu theo chuẩn hóa quốc tế.

Mặt khác, sách được viết theo hướng tin học hóa nhằm tạo thuận lợi cho người sử dụng có thể áp dụng các ngôn ngữ lập trình cho quá trình tính toán như: Matlab, Excel, etc.. Sách dùng làm tài liệu trong lĩnh vực tính toán thiết

kế cơ cấu cam. Hơn nữa cũng là tài liệu tham khảo cho quá trình giảng dạy, học tập của giảng viên và sinh viên các trường Đại học, Cao đẳng các ngành Kỹ thuật, đặc biệt ngành Cơ khí về lĩnh vực chuyên sâu về cơ cấu cam.

Các tác giả chân thành cảm ơn Trường Đại học kỹ thuật Công nghiệp - Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện xuất bản cuốn sách chuyên khảo này. Tác giả muốn tri ơn sâu sắc đến các thầy, cô giáo trong Bộ môn Cơ sở Thiết kế máy và Robot, Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp đã có những đóng góp quý báu trong quá trình biên soạn và rất mong nhận được ý kiến đóng góp của độc giả những vấn đề còn thiếu sót.

CÁC TÁC GIẢ

Chương 1

GIỚI THIỆU VỀ CƠ CẤU CAM

1.1. GIỚI THIỆU

Cơ cấu cam được sử dụng rộng rãi trong nhiều loại máy như sử dụng cho việc đóng mở súp páp của động cơ đốt trong, sử dụng trong nhiều loại máy gia công cơ khí. So sánh với cơ cấu dạng thanh, cơ cấu cam dễ thiết kế khi cho yêu cầu cụ thể của yêu cầu đầu ra; tuy nhiên cơ cấu cam khó chế tạo hơn so với cơ cấu dạng thanh.

Chương này sẽ đề cập đến các khái niệm cơ bản về cơ cấu cam. Các loại cơ cấu cam và những cơ cấu cam thông dụng thường dùng trong các hệ thống cơ khí.

Bảng 1.1. Các ký hiệu

t	Thời gian (s)
θ	Góc quay trục cam ($^{\circ}$ hoặc rad)
ω	Vận tốc góc của trục cam (rad/s)
β	Góc quay ở một giai đoạn của cam (đi xa, đứng xa, về gần hoặc đứng gần)
L	Hành trình của cần (chiều dài)
$S(y)$	Chuyển vị của cần (chiều dài)
$V(y')$	Vận tốc của cần (chiều dài/rad)
$v(y)$	Vận tốc dài của cần (chiều dài/s)
$A(y'')$	Vận tốc của cần (chiều dài/rad ²)

$a (\ddot{y})$	Gia tốc dài của cần (chiều dài/s ²)
$J (y''')$	Xung (chiều dài/rad ³)
R_b	Bán kính vòng tròn cơ sở thực (chiều dài)
R_p	Bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết (chiều dài)
R_f	Bán kính con lăn (chiều dài)
ε	Tâm sai (chiều dài)
ρ	Bán kính cong của bề mặt cam thực (chiều dài)
ρ_p	Bán kính cong của bề mặt cam lý thuyết (chiều dài)

1.2. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ CƠ CẤU CAM

1.2.1. Khái niệm và phân loại

Khái niệm cơ cấu cam

Cơ cấu cam là một cơ cấu trong đó khâu bị dẫn (được gọi là cần) nối với khâu dẫn (cam) bằng khớp cao và chuyển động qua lại theo quy luật do hình dạng của bề mặt tiếp xúc trên khâu dẫn quyết định.

Cơ cấu cam có thể được phân loại theo nhiều cách như: theo chuyển động của cần, theo hình dạng của cam, phân loại theo dạng đáy cần, cam chính tâm và lệch tâm.

Phân loại theo chuyển động của cần

Tùy thuộc vào chuyển động của cần: cần chuyển động tịnh tiến (Hình 1.1a, b, d; Hình 1.2a, b), cần chuyển động quay hay lắc (Hình 1.1c; Hình 1.2c, d).

Phân loại theo hình dạng của cam

Tùy theo hình dạng của cam, trên Hình 1.1 phân ra 4 loại cam như sau:

- Cam phẳng hay còn gọi là cam đĩa (Hình 1.1a).
- Cam tịnh tiến (Hình 1.1b).
- Cam thùng (Hình 1.1c).
- Cam mặt (Hình 1.1d).

Trong các loại cam nêu trên hình Hình 1.1a thì cam cam đĩa được dùng phổ biến nhất, còn cam tịnh tiến hiếm khi được sử dụng bởi vì đầu vào thường sử dụng dạng chuyển động quay liên tục.

Theo hình dạng đáy cần

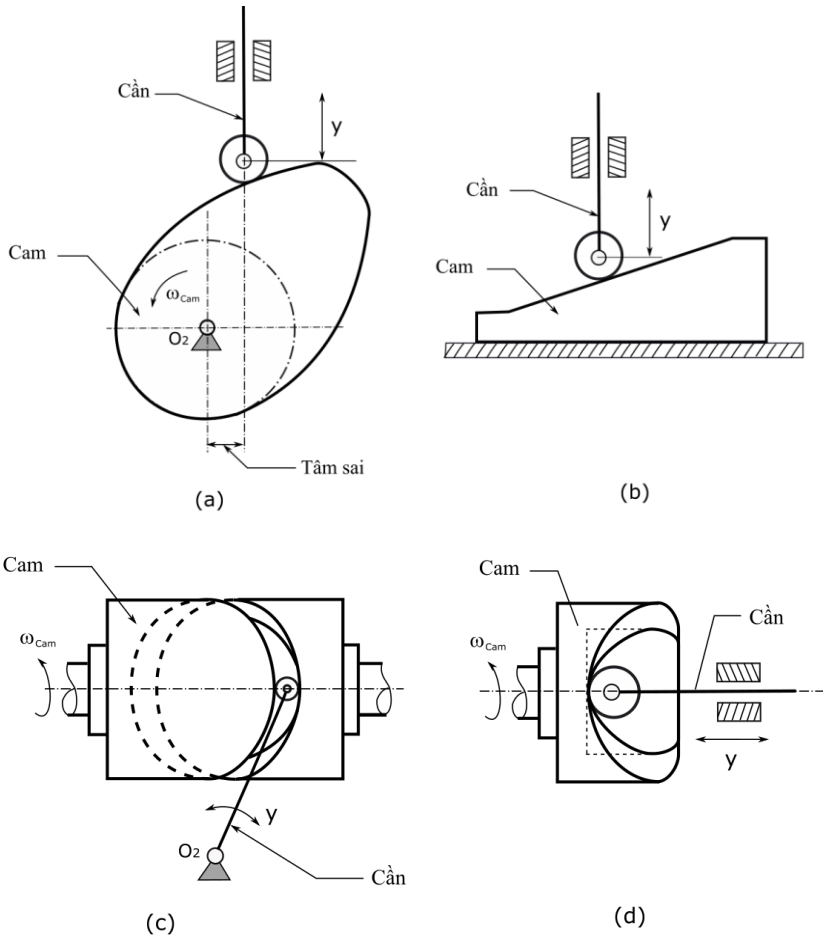
Trên hình Hình 1.2 chỉ ra các loại hình dạng đáy cần như sau:

- Cần đáy nhọn (Hình 1.2a).
- Cần đáy bằng (Hình 1.2b).
- Cần đáy con lăn (Hình 1.2c).
- Cần đáy cong (Hình 1.2d).

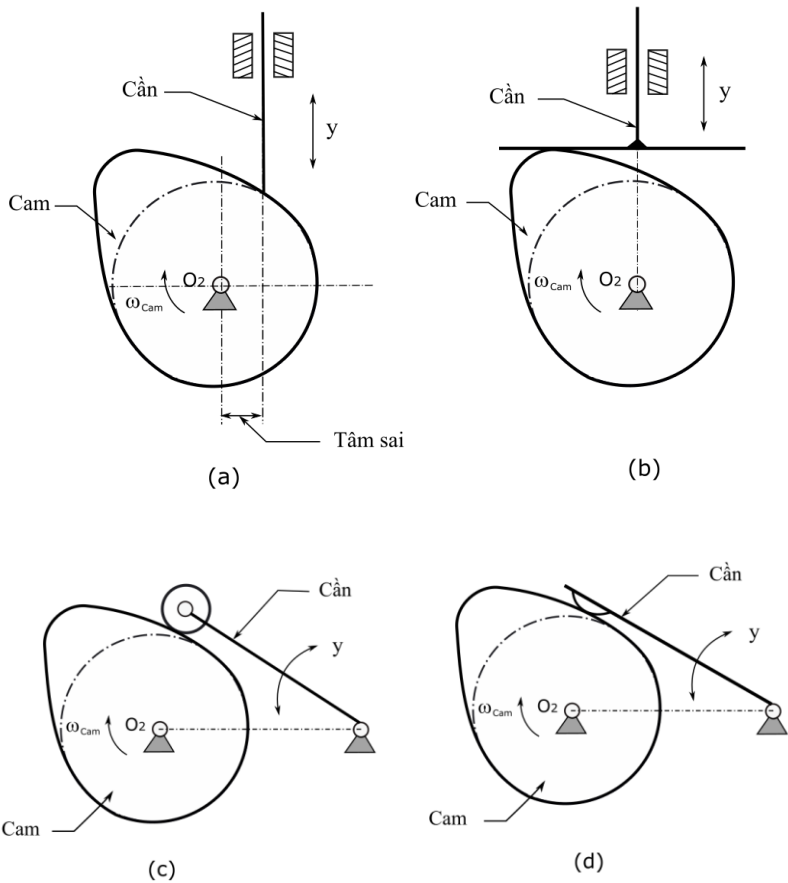
Loại cam: Cam chính tâm (Hình 1.2b), cam lệch tâm (Hình 1.2a).

Trong quá trình làm việc của cơ cấu cam phải luôn đảm bảo rằng cam và cần luôn tiếp xúc với nhau. Điều này có thể được thực hiện bởi phụ thuộc và trọng lượng, hoặc sử dụng lực lò xo, hoặc là được ràng buộc bởi kết cấu. Chẳng hạn như Hình 1.1c sự tiếp xúc liên tục của cam và cần được thực hiện nhờ vào kết cấu của rãnh cam; hoặc kết

cấu của cần như Hình 1.3c. Một cách khác để luôn giữ tiếp xúc giữa cam và cần là sử dụng cam đều cỡ như Hình 1.3a.

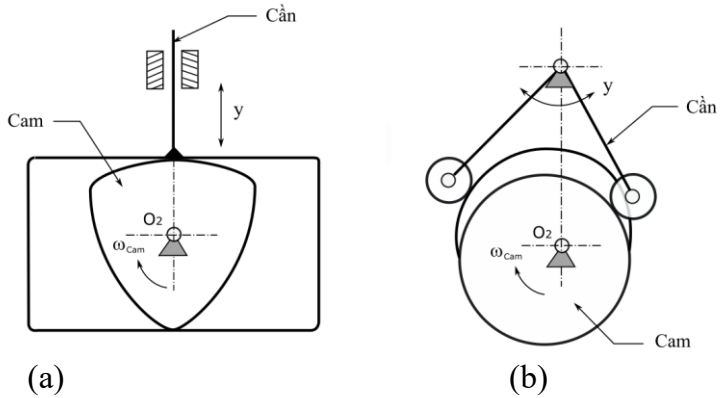


Hình 1.1. (a) Cam đĩa; (b) Cam tịnh tiến; (c) Cam thùng; (d) Cam mặt.



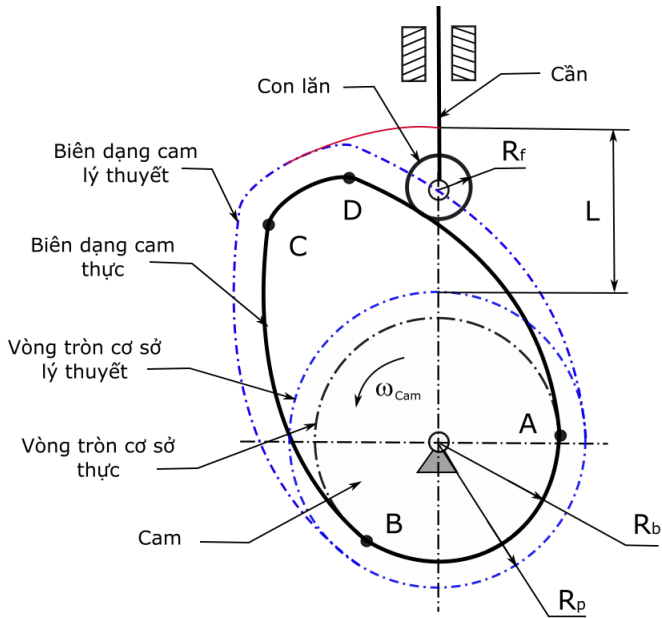
Hình 1.2. Cam đĩa với:

(a) Cam lệch tâm và cần đáy nhọn; (b) Cam chính tâm và cần đáy bằng; (c) Cam cần lắc đáy con lăn; (d) Cam cần lắc đáy cong.



Hình 1.3. Các kiểu ràng buộc tiếp xúc của cam và cần

1.2.2. Các khái niệm cơ bản của cơ cấu cam



Hình 1.4. Cơ cấu cam cần đẩy, đẩy con lăn

Giả sử xét cơ cấu cam cần đẩy, đáy con lăn như trên Hình 1.4:

- Biên dạng cam thực và biên dạng cam lý thuyết (quỹ đạo đường tâm con lăn) được chỉ ra trên Hình 1.4.
- Vòng tròn cơ sở thực (R_b): vòng tròn nhỏ nhất tiếp tuyến với cung R_{\min} của biên dạng cam thực.
- Vòng tròn cơ sở lý thuyết (R_p): vòng tròn nhỏ nhất tiếp tuyến với cung R_{\min} của biên dạng cam lý thuyết.

Một số giai đoạn chuyển động của cần:

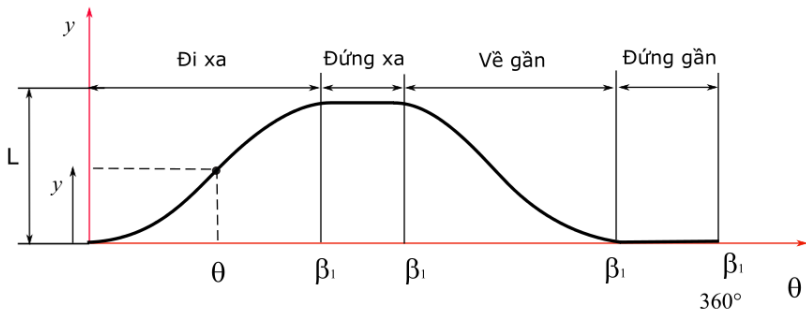
- Giai đoạn dừng (dwell): là giai đoạn mà không có chuyển động của đầu cần hay cam quay nhưng cần đứng yên. Nếu giai đoạn dừng ở gần tâm cam gọi là giai đoạn đứng gần (đoạn AB trên Hình 1.4); còn nếu giai đoạn dừng ở xa tâm cam gọi là giai đoạn đứng xa (đoạn CD trên Hình 1.4).
- Giai đoạn đi xa (rise): là giai đoạn cần chuyển động dần dần xa tâm cam (đoạn CB trên Hình 1.4).
- Giai đoạn về gần (return or fall): là giai đoạn cần chuyển động về gần tâm cam (đoạn AD trên Hình 1.4).

Tùy thuộc vào yêu cầu làm việc của hệ thống, chuyển động của cơ cấu cam có thể có hai giai đoạn đi xa - về gần; có thể có ba giai đoạn như đi xa - về gần - dừng; hoặc có bốn giai đoạn như đi xa - đứng xa - về gần - đứng gần; hoặc có nhiều hơn bốn giai đoạn là sự kết hợp của các giai đoạn trên tùy thuộc vào yêu cầu thiết kế.

Chuyển vị của cần (displacement diagram)

Thông thường hệ thống sử dụng cơ cấu cam có một bậc tự do. Thường dẫn động cho trục cam quay với vận tốc góc không đổi để tạo ra chuyển động mong muốn của cần. Khi cam qua hết một vòng thì cần sẽ vạch lên một quỹ đạo là mối quan hệ góc quay của cam $\theta(t)$ và chuyển vị của cần y và được gọi là chuyển vị của cần. Trên Hình 1.5 chỉ ra chuyển vị của cần cho cơ cấu cam với cần chuyển động tịnh tiến gồm bốn giai đoạn: đi xa – đứng xa – về gần – đứng gần. Giá trị lớn nhất của chuyển vị cần trong giai đoạn đi xa được gọi là hành trình của cần (L) như chỉ ra trên Hình 1.4 và Hình 1.5.

Các góc quay của cam ứng với các giai đoạn chuyển động của cần được gọi là các góc định kỳ, ký hiệu là β_i . Trên Hình 1.5 các góc định kỳ $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ tương ứng với 4 giai đoạn chuyển động của cần: đi xa, đứng xa, về gần và đứng gần.



Hình 1.5. Chuyển vị của cần

Chương 2

BÀI TOÁN PHÂN TÍCH

2.1. NỘI DUNG VÀ PHƯƠNG PHÁP

2.1.1. Nội dung

Bài toán phân tích là bài toán cho trước hình dáng, kích thước và quy luật chuyển động của cam (cam quay với vận tốc góc không đổi). Từ đó xác định chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung của cần.

2.1.2. Phương pháp

Sử dụng phương pháp vẽ dựa vào việc đổi giá: tưởng tượng rằng cam đứng yên và cần sẽ quay với vận tốc góc của cam và ngược chiều với chiều quay của cam.

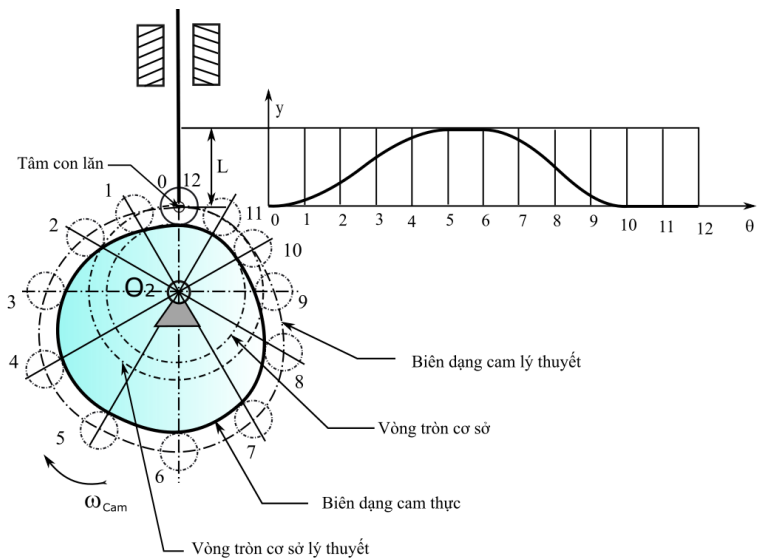
2.1.3. Xác định chuyển vị của cần của một số loại cơ cấu cam thông dụng

Cho cơ cấu cam chính tâm cần đẩy đẩy con lăn với các thông số của cam như trên Hình 2.1.

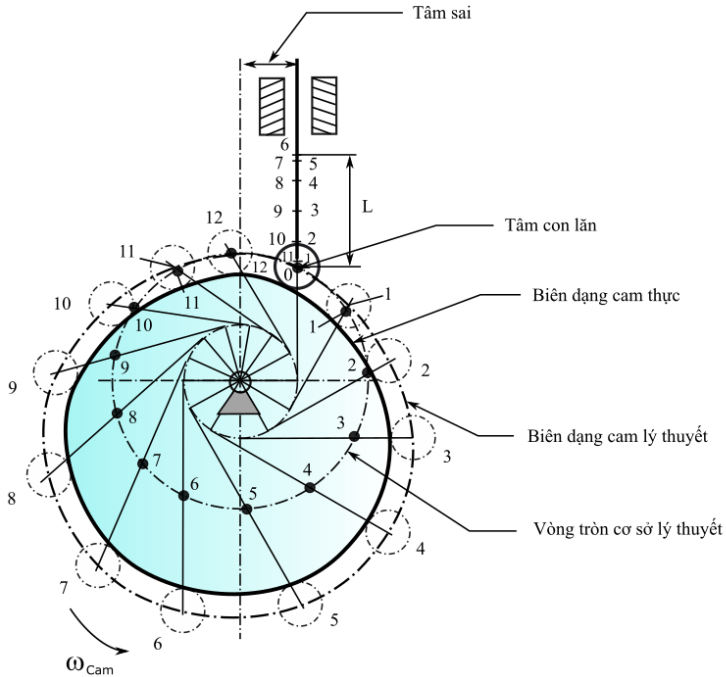
Các bước xác định chuyển vị của cần bằng phương pháp vẽ như sau thể hiện trên Hình. 21 như sau:

- Chia vòng tròn cơ sở lý thuyết thành nhiều phần bằng nhau (có thể không bằng nhau) theo ngược chiều quay của cam ($0 - 360^\circ$);
- Chia đồ thị chuyển vị cần thành các đoạn tương ứng với góc quay của cam;

- Đo khoảng cách từ điểm trên vòng trong cơ sở lý thuyết đến tâm con lăn (trace point) tại điểm tương ứng;
- Đặt khoảng cách đó trên đồ thị chuyển vị tại các điểm tương ứng;
- Nối các điểm tương ứng trên đồ thị chuyển vị và được đường cong mô tả chuyển động của đầu cần.



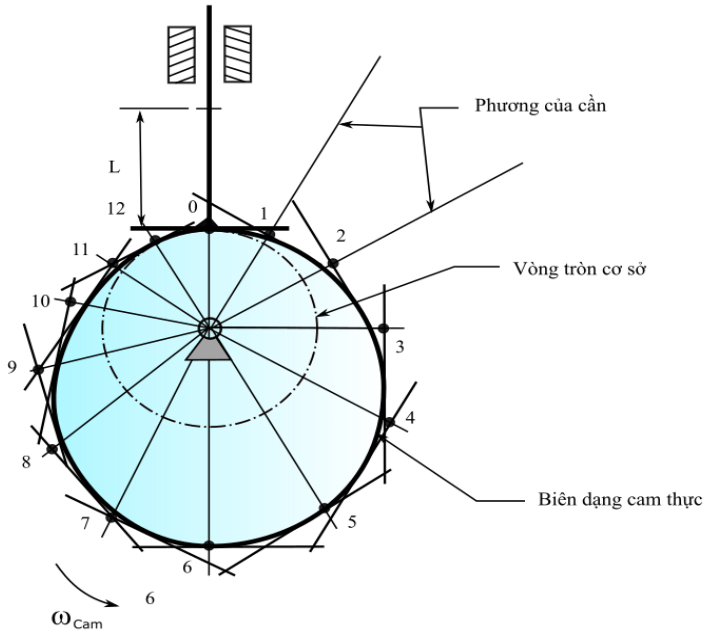
Hình 2.1. Chuyển vị của cơ cấu cam cần đẩy đáy con lăn chính tâm



Hình 2.2. Chuyển vị của cơ cấu cam cần đẩy đẩy con lăn lệch tâm

Với cơ cấu cam cần đẩy đẩy con lăn lệch tâm Hình 2.2 thì việc xác định đồ thị chuyển vị như sau:

- Chia vòng tròn tâm sai thành nhiều phần (có thể bằng nhau hoặc không bằng nhau) theo ngược chiều quay của cam ($0 - 360^\circ$).
- Vẽ các tiếp tuyến tại các điểm trên vòng tròn tâm sai (tiếp tuyến chính là phương chuyển động của cần khi đổi giá) để xác định các điểm trên vòng tròn cơ sở lý thuyết và tâm con lăn.



Hình 2.3. Chuyển vị của cơ cấu cam cần đẩy đáy bằng chính tâm

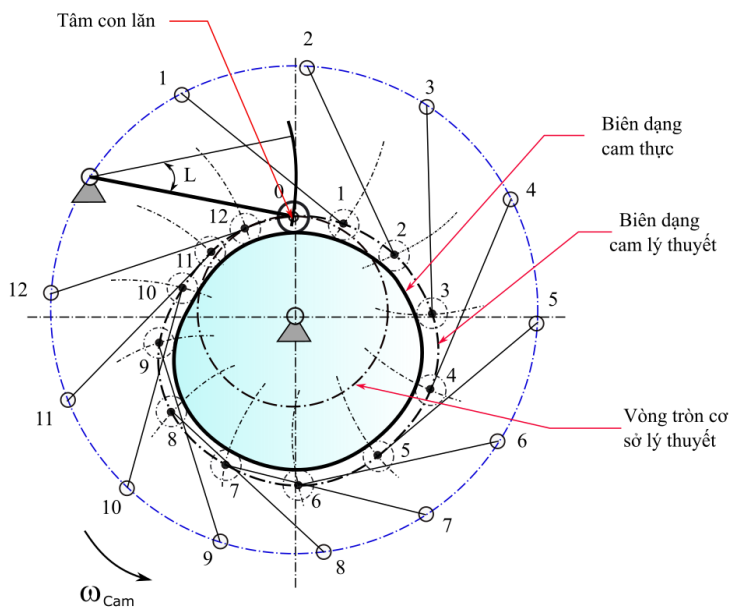
- Đo khoảng cách từ điểm cắt trên vòng tròn cơ sở lý thuyết đến tâm con lăn tại mỗi vị trí và đặt các khoảng cách đó trên đường tâm chuyển động của cần, ký hiệu các điểm đó lần lượt là 0, 1, 2, ..., 12. Từ đó có thể dễ dàng vẽ đồ thị chuyển vị của đầu cần.

Với cam cần đẩy đáy bằng chính tâm chỉ ra trên Hình 2.3, việc xác định chuyển vị của cần cũng tương tự với các bước như sau:

- Chia vòng tròn cơ sở (là vòng trong nhỏ nhất khi cần tiếp xúc gần tâm cam nhất) thành nhiều phần (có thể bằng nhau hoặc không bằng nhau) theo ngược chiều quay của cam ($0 - 360^\circ$).

- Các điểm tương ứng được xác định bởi phương chuyển động của cần và đường thẳng trên mặt phẳng của cần.

- Đo khoảng cách từ điểm trên vòng tròn cơ sở đến điểm vừa xác định sẽ xác định được lượng chuyển vị của cần. Từ đó dễ dàng vẽ được đồ thị chuyển vị của cần.



Hình 2.4. Chuyển vị của cơ cấu cam cần lắc đáy con lăn

Với cam cần lắc đáy con lăn trên Hình 2.4, với loại cam này chuyển vị của cần là chuyển vị góc và được xác định như sau:

- Xác định đường tròn tâm đáy cần với tâm là tâm quay của cam, bán kính là khoảng cách từ tâm quay của cam và tâm quay của cần và chia vòng tròn này thành các phần (có thể bằng nhau hoặc không bằng nhau) theo chiều ngược chiều quay của cam ($0 - 360^\circ$); chẳng hạn chia các phần từ 0, 1, 2, ... 12 như trên Hình 2.4.
- Từ các điểm chia trên vòng tròn tâm cần quay cung tròn bán kính là khoảng cách từ tâm cần đến tâm con lăn và cắt biên dạng cam lý thuyết ở đâu chính là tâm của con lăn và cắt vòng tròn cơ sở lý thuyết tại một điểm trên mỗi vị trí chia.
- Cung chuyển vị của cần được xác định là cung giữa điểm tâm con lăn và giao điểm trên vòng tròn cơ sở lý thuyết vừa xác định ở bước trên (nhìn Hình 2.4).

2.2. ĐỒ THỊ SVAJ

Đồ thị chuyển vị được xác định ở phần trên. Như vậy chuyển vị của cần có thể được biểu diễn bằng phương trình toán học theo góc quay của cam theo phương trình (2.1)

$$S = y = y(\theta) \quad (2.1)$$

Với S (hay y) là chuyển vị của cần và θ là góc quay của cam; thông cam quay với vận tốc góc không đổi. Do đó góc quay của cam có thể được biểu diễn bởi:

$$\theta = \theta(t) = \omega t \quad (2.2)$$

Với $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{const}$ nên gia tốc góc $\alpha = 0$.

Lấy đạo hàm bậc nhất phương trình (2.1) theo góc quay của cam sẽ được

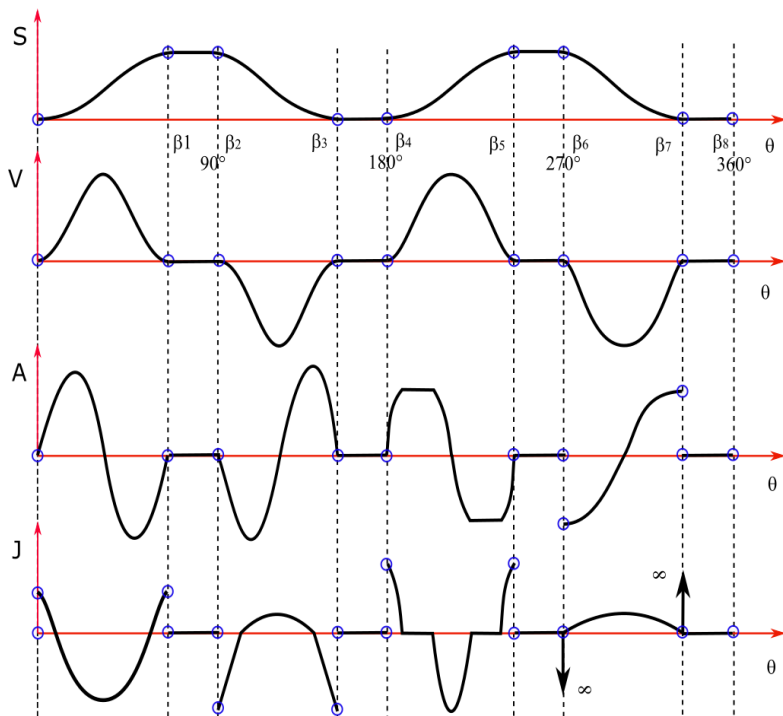
$$V = y' = \frac{dy}{d\theta} \quad (2.3)$$

Tương tự đạo hàm bậc 2, bậc 3 phương trình (2.1) theo góc quay của cam ta được:

$$A = y'' = \frac{d^2y}{d\theta^2} \quad (2.4)$$

$$J = y''' = \frac{d^3y}{d\theta^3} \quad (2.5)$$

Đồ thị biểu diễn SVAJ có ý nghĩa rất quan trọng khi bước đầu thiết kế cơ cấu cam bởi phải chọn hàm toán học cho phương trình chuyển vị của cần dựa vào các yêu cầu vận tốc, gia tốc và xung đầu cần theo góc quay (V, A, J). Chọn hàm sao cho tránh vận tốc, gia tốc và xung có giá trị lớn. Trên Hình 2.5 và Bảng 2.1 biểu diễn đồ thị SVAJ với 8 giai đoạn chuyển động của cần và thấy rằng có giai đoạn mà giá trị của xung dần đến vô cùng và điều này thì không mong muốn trong thiết kế cam.



Hình 2.5. Đồ thị SVAJ với 8 giai đoạn chuyển động của cần

Bảng 2.1. Các giai đoạn chuyển động của cần

<i>Giai đoạn</i>	<i>Loại hàm</i>	<i>Góc quay tại điểm đầu (°)</i>	<i>Góc quay tại điểm cuối (°)</i>	<i>Góc định kỳ (°)</i>
1	Cycloidal đi xa	0	60	60

2	Dừng	60	90	30
3	Hàm Sin cải tiến về gần	90	150	60
4	Dừng	150	180	30
5	Thang cải tiến đi xa	180	240	60
6	Dừng	240	270	30
7	Hàm điều hòa về gần	270	330	60
8	Dừng	330	360	30

Các phương trình (2.3), (2.4) và (2.5) thảo luận ở trên là đạo hàm theo góc quay của cam θ . Điều này liên quan đến mặt hình học của cơ cấu cam. Bây giờ hãy đạo hàm phương trình bậc nhất, bậc hai và bậc ba (2.1) theo thời gian lần lượt sẽ được vận tốc dài, gia tốc dài và xung. Các thông số đó được biểu diễn như sau:

Vận tốc đầu cần:

$$v = \dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.6)$$

$$v = \dot{y} = V \omega$$

Tương tự, gia tốc dài và xung được viết:

$$a = \ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2} = A \omega^2 \quad (2.7)$$

$$j = \dddot{y} = \frac{d^3 y}{dt^3} = J \omega^3 \quad (2.8)$$

Chương 3

BÀI TOÁN THIẾT KẾ

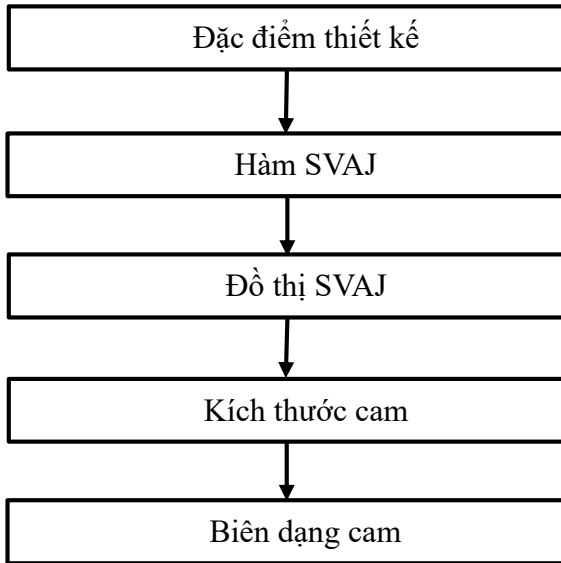
3.1. CÁC BƯỚC CỦA QUÁ TRÌNH THIẾT KẾ CAM

Các bước của quá trình thiết kế cam được mô tả như trên Hình 3.1. Với các yêu cầu thiết kế cam hay đặc điểm thiết kế, chẳng hạn yêu cầu về chuyển động đầu ra (chuyển động của cần), yêu cầu về giá trị vận tốc, gia tốc trong quá trình chuyển động của cam. Từ các yêu cầu thiết kế đó thì chúng ta lựa chọn phương trình toán học mô tả chuyển động của cần và từ đó xác định được đồ thị SVAJ. Sau khi xác định được đồ thị SVAJ hợp lý với các thông số đầu vào yêu cầu thì đến bước tính toán lựa chọn các kích thước hình học của cam như đã thảo luận ở phần trước (bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết, bán kính con lăn,...). Sau bước này là tính được biên dạng của cam.

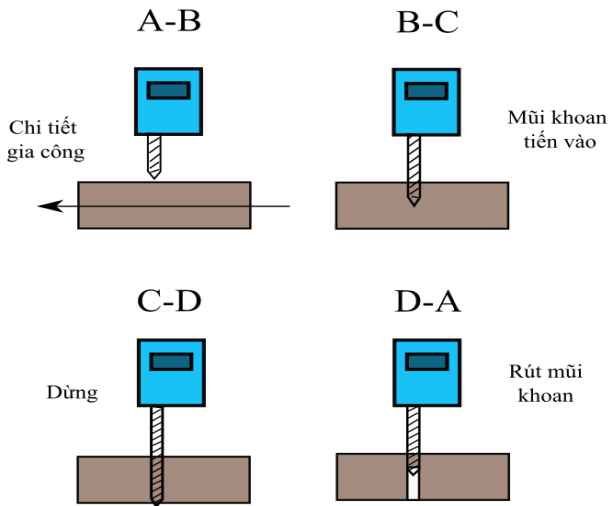
Ví dụ 3.1: thiết kế một cơ cấu cam để điều khiển quá trình khoan của một máy khoan chỉ ra trên Hình 3.2 với các yêu cầu thiết kế như sau:

Thời gian của một chu trình là 20s. Vị trí ban đầu: A.

- Tiến mũi khoan: 25 mm trong 5s. B-C.
- Dừng: 5s để hoàn thiện lỗ khoan. C-D.
- Rút mũi khoan: 25 mm trong 5s. D-A.
- Dừng: Chờ gia công chi tiết tiếp theo 5s. A-B.



Hình 3.1. Các bước thiết kế cam



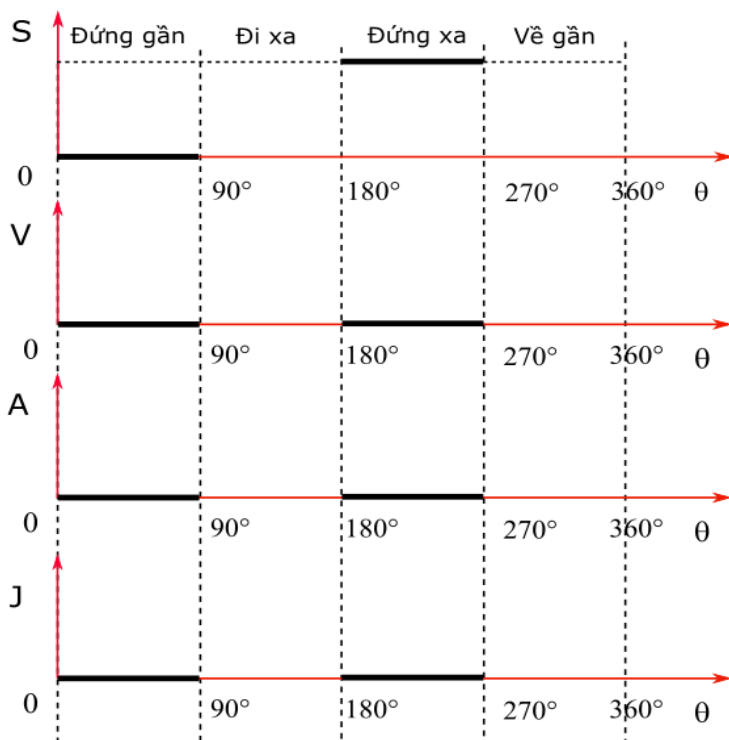
Hình 3.2. Yêu cầu thiết kế cam sử dụng cho máy khoan

Từ yêu cầu làm việc của máy khoan, cơ cấu cam cần thiết kế với 4 giai đoạn: đứng gần (dùng), đi xa, đứng xa (dùng) và về gần được biểu diễn như Hình 3.3. Như vậy cần thiết phải chọn hàm toán học để biểu diễn cho giai đoạn đi xa và về gần cho cơ cấu cam này.

Giả sử ban đầu khi thiết kế chưa để ý đến các điều kiện về ảnh hưởng của các giá trị cực trị của vận tốc, gia tốc, và xung. Để đơn giản ta chọn phương trình toán học biểu diễn cho giai đoạn đi xa và về gần là đường thẳng như chỉ ra trên Hình 3.4 và được viết như sau:

$$y = S = mx + b \quad (3.1)$$

Dễ dàng tìm được vận tốc, gia tốc và xung được biểu diễn Hình 3.4.b, c, d. Thấy rằng, trong trường hợp này, vận tốc là hằng số và tại các điểm biên (điểm chuyển tiếp giữa các giai đoạn) sẽ xuất hiện sự không liên tục. Do đó, giá trị vận tốc và giá ở các điểm đó bằng vô cùng. Điều này có thể thấy rằng khi gia tốc bằng vô cùng thì lực quán tính cũng bằng vô cùng. Do đó ứng suất rất lớn và gây ra mòn rất nhanh. Hơn nữa, giá trị xung lớn sẽ gây ra rung động lớn. Đây là những thứ không mong muốn cho hệ thống làm việc. Do đó, không mong muốn khi thiết kế cam.



Hình 3.3. Các giai đoạn chuyển động của cam cho cơ cấu cam dùng trong máy khoan

3.2. NGUYÊN LÝ CƠ BẢN KHI THIẾT KẾ CAM

3.2.1. Nguyên lý:

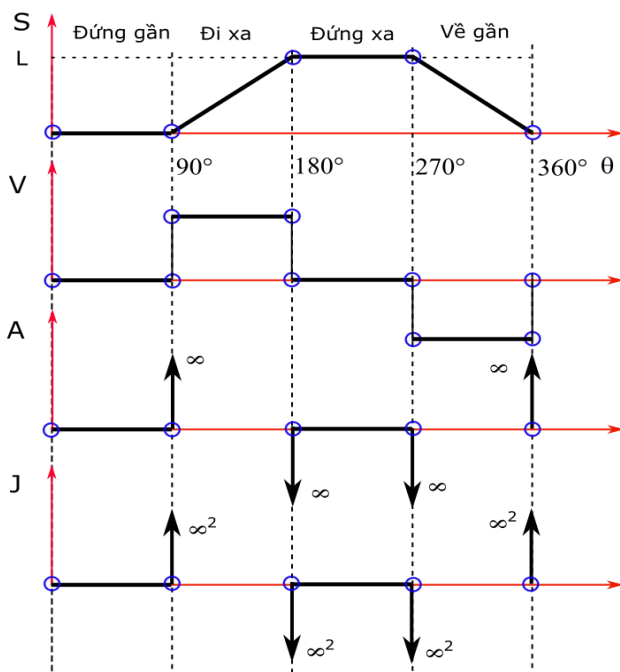
Các hàm vận tốc, gia tốc phải là những hàm liên tục trong suốt thời gian chuyển động của cam (360°).

Nói cách khác, các đồ thị S , V và A không được có bước nhảy.

3.2.2. Hệ quả:

Giá trị xung phải được giới hạn trong suốt thời gian chuyển động của cam (360°).

Khi thiết kế cam nếu hàm vận tốc tồn tại bất kỳ sự không liên tục nào sẽ dẫn đến giá trị vô cùng ở hàm gia tốc; tương tự khi hàm gia tốc không liên tục sẽ dẫn đến giá trị vô cùng của xung. Do đó, trong trường hợp thiết kế này nếu sử dụng hàm đa thức thì hàm đa thức ít nhất phải là hàm bậc 3 mới thỏa mãn được nguyên lý này. Trong phần tiếp theo sẽ thảo luận về các hàm toán học cơ bản để mô tả chuyển động của cam.



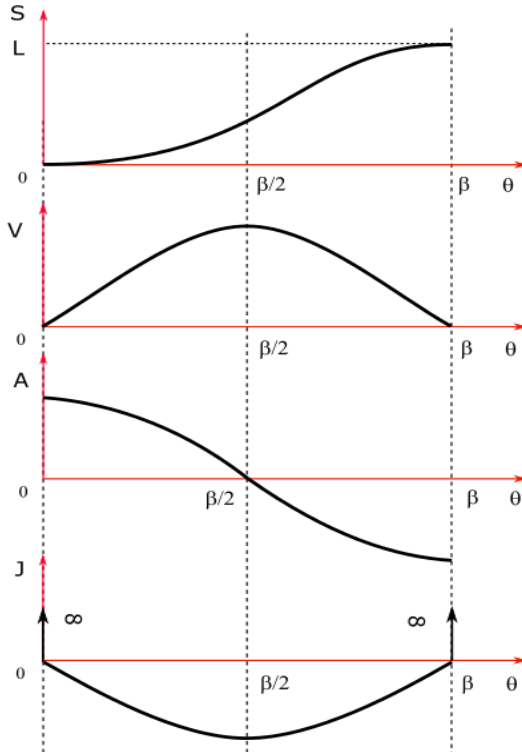
Hình 3.4. Đồ thị SVAJ cho thiết kế ‘không hợp lý’

Chương 4

CÁC HÀM TOÁN HỌC CƠ BẢN MÔ TẢ CHUYỂN VỊ CỦA CẦN

4.1. HÀM ĐIỀU HÒA ĐƠN GIẢN (Simple Harmonic)

4.1.1. Hàm điều hòa cho giai đoạn đi xa



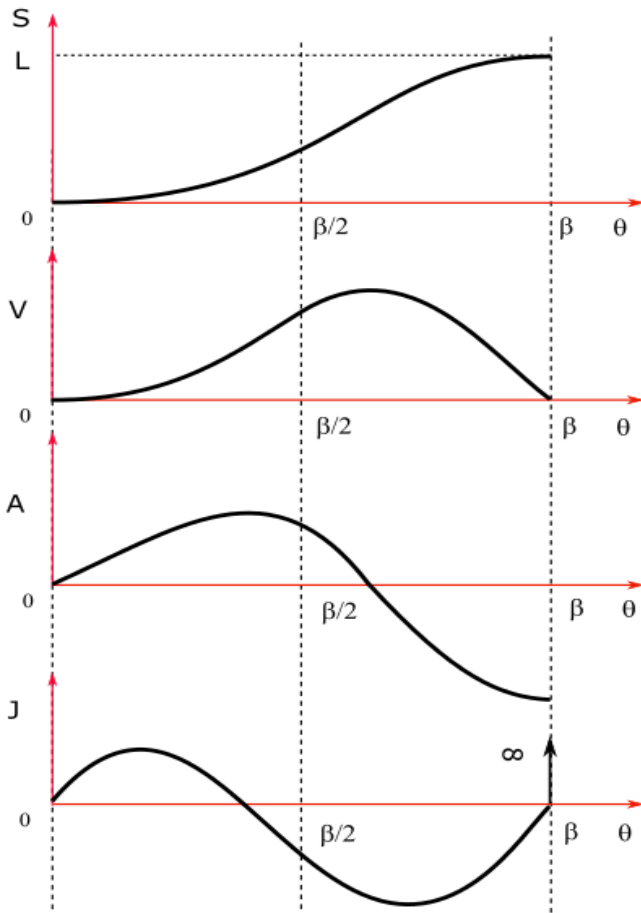
Hình 4.1. Đồ thị SVAJ của hàm điều hòa đơn giản cho giai đoạn đi xa

Phương trình biểu diễn chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung của cần cho giai đoạn đi xa được mô tả trong phương trình (4.1) và đồ thị SVAJ được biểu diễn trên Hình 4.1. Với hàm này thì giá trị gia tốc ở hai điểm biên không bằng 0 (xem trên Hình 4.1). Giá trị gia tốc tại hai điểm này dần đến vô cùng.

$$\begin{aligned}
 y &= S = \frac{L}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' &= V = \frac{\pi L}{2\beta} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \\
 y'' &= A = \frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \\
 y''' &= J = -\frac{\pi^3 L}{2\beta^3} \sin \frac{\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1.2. Hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn đi xa

Gia tốc của hàm điều hòa tại vị trí điểm đầu và điểm cuối có bước nhảy nên giá trị xung tại hai điểm này sẽ bằng vô cùng. Vì vậy, hàm điều hòa cải tiến được đưa ra cho giai đoạn đi xa (phương trình (4.2)) với giá trị gia tốc ở điểm đầu tiên bằng 0 được chỉ ra trên Hình 4.2. Do đó giá trị xung tại điểm đầu của hàm điều hòa cải tiến này cũng bằng 0. Tuy nhiên, giá trị gia tốc của điểm cuối là một giá trị xác định ; vì thế giá trị xung tại điểm này rất lớn (dần đến vô cùng).



Hình 4.2. Đồ thị $SVAJ$ của hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn đi xa

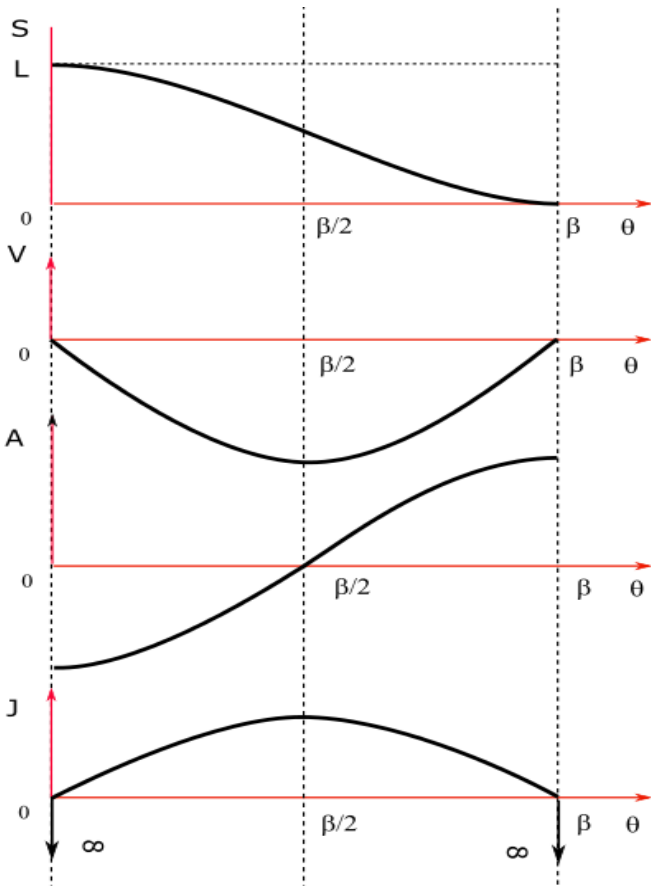
Phương trình hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn đi xa được chỉ ra trong phương trình (4.2) như sau:

$$\begin{aligned}
y = S &= \frac{L}{2} \left[\left(1 - \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right] \\
y' = V &= \frac{\pi L}{2\beta} \left(\sin \frac{\pi\theta}{\beta} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
y'' = A &= \frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \left(\cos \frac{\pi\theta}{\beta} - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
y''' = J &= -\frac{\pi^3 L}{2\beta^3} \left(\sin \frac{\pi\theta}{\beta} - 2 \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

4.1.3. Hàm điều hòa cho giai đoạn về gâp

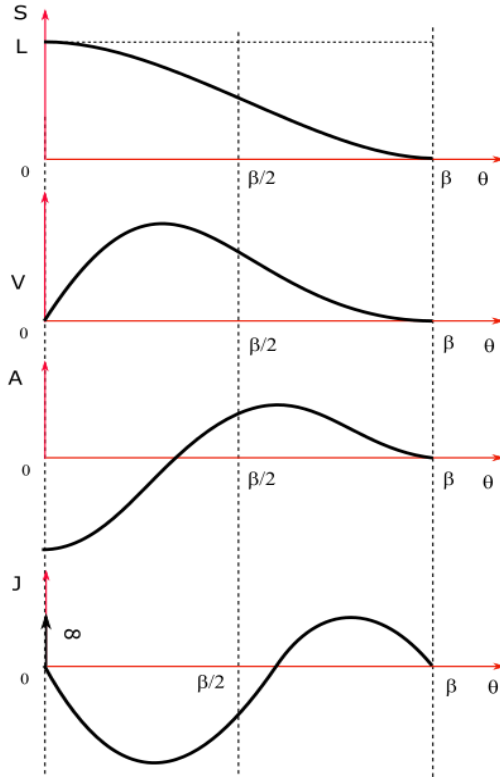
Cho giai đoạn về gâp, hàm điều hòa đơn giản được viết bởi phương trình (4.3) và đồ thị chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung chỉ ra trên Hình 4.3.

$$\begin{aligned}
y = S &= \frac{L}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
y' = V &= -\frac{\pi L}{2\beta} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \\
y'' = A &= -\frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \\
y''' = J &= \frac{\pi^3 L}{2\beta^3} \sin \frac{\pi\theta}{\beta}
\end{aligned} \tag{4.3}$$



Hình 4.3. Đồ thị SVAJ của hàm điều hòa đơn giản cho giai đoạn về gần

4.1.4. Hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn về gần



Hình 4.4. Đồ thị SVAJ của hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn về gần

Tương tự hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn về gần được chỉ ra trong phương trình (4.4) và đồ thị SVAJ trên Hình 4.4.

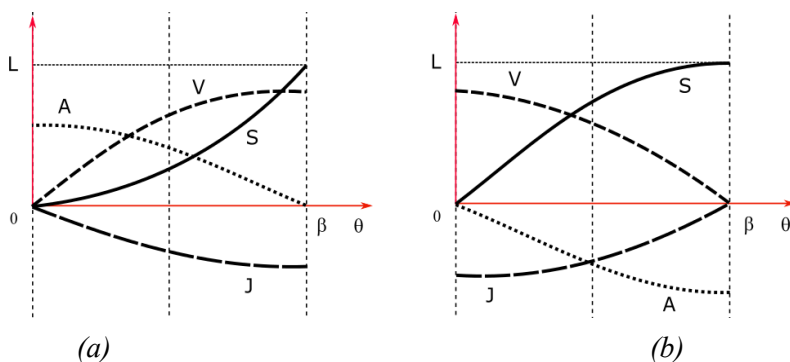
$$y = S = \frac{L}{2} \left[\left(1 + \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right] \quad (4.4)$$

$$y' = V = -\frac{\pi L}{2\beta} \left(\sin \frac{\pi\theta}{\beta} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right)$$

$$y'' = A = -\frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \left(\cos \frac{\pi\theta}{\beta} + \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right)$$

$$y''' = J = \frac{\pi^3 L}{2\beta^3} \left(\sin \frac{\pi\theta}{\beta} + 2\sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right)$$

4.1.5. Nửa hàm điều hòa



Hình 4.5. Đồ thị SVAJ của hàm điều hòa cho nửa đoạn trong giai đoạn đi xa

Hàm điều hòa cho nửa đoạn trong giai đoạn đi xa gồm 2 dạng được xác định trong phương trình (4.5) và (4.6) gọi là nửa hàm điều hòa (half-harmonics). Các hàm này được biểu diễn trên Hình 4.5 a cho phương trình (4.5) và Hình 4.5b cho phương trình (4.6). Các hàm này thường được dùng để chuyển tiếp giữa các hàm.

$$\begin{aligned}
y &= S = L \left(1 - \cos \frac{\pi\theta}{2\beta} \right) \\
y' &= V = \frac{\pi L}{2\beta} \sin \frac{\pi\theta}{2\beta} \\
y'' &= A = \frac{\pi^2 L}{4\beta^2} \cos \frac{\pi\theta}{2\beta} \\
y''' &= J = -\frac{\pi^3 L}{8\beta^3} \sin \frac{\pi\theta}{2\beta}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

và:

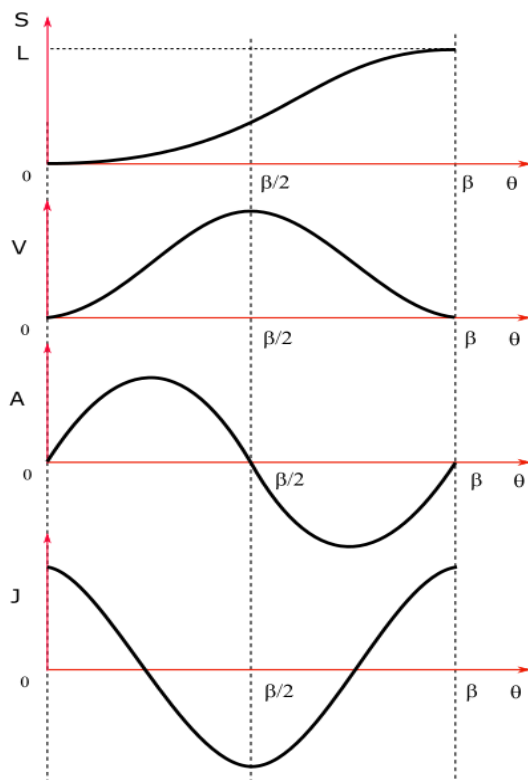
$$\begin{aligned}
y &= S = L \sin \frac{\pi\theta}{2\beta} \\
y' &= V = \frac{\pi L}{2\beta} \cos \frac{\pi\theta}{2\beta} \\
y'' &= A = -\frac{\pi^2 L}{4\beta^2} \sin \frac{\pi\theta}{2\beta} \\
y''' &= J = -\frac{\pi^3 L}{8\beta^3} \cos \frac{\pi\theta}{2\beta}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

4.2. HÀM CYCLOIDAL (cycloidal)

4.2.1. Hàm cycloidal cho giai đoạn đi xa

Phương trình biểu diễn chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung của cần được mô tả trong phương trình (4.7) và đồ thị SVAJ được biểu diễn trên Hình 4.6. Nhìn vào Hình 4.6 ta thấy giá trị vận tốc, gia tốc tại hai biên đều bằng 0. Tuy nhiên các giá trị cực trị của vận tốc, gia tốc và xung với

hàm cycloidal lớn hơn các giá trị cực trị của hàm harmonic.



Hình 4.6. Đồ thị SVAJ của hàm cycloidal cho giai đoạn đi xa

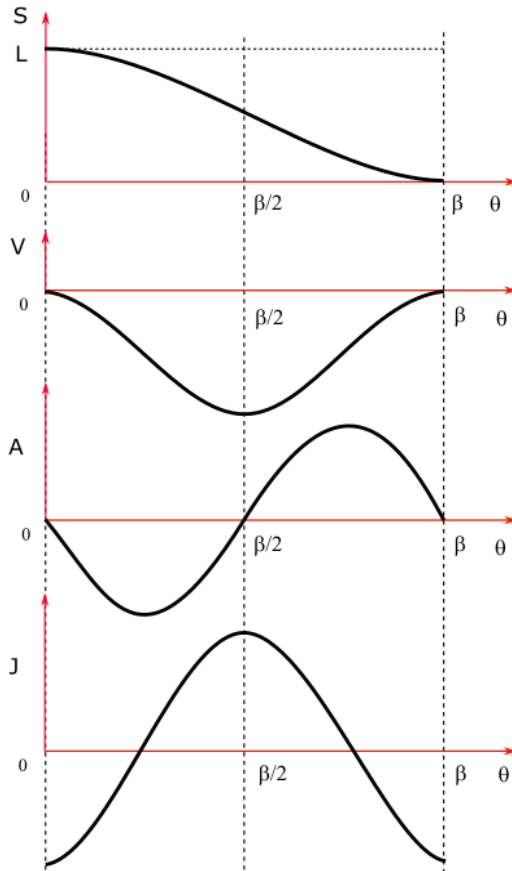
Phương trình hàm cycloidal:

$$\begin{aligned}
 y = S &= L \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' = V &= \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

$$y'' = A = \frac{2\pi L}{\beta^2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta}$$

$$y''' = J = -\frac{4\pi^2 L}{\beta^3} \cos \frac{2\pi\theta}{\beta}$$

4.2.2. Hàm cycloidal cho giai đoạn về gần



Hình 4.7. Đồ thị SVAJ của hàm cycloidal cho giai đoạn về gần

Hàm cycloidal cho giai đoạn về gần được trình bày trong phương trình (4.8) và đồ thị SVAJ trên Hình 4.7.

$$\begin{aligned}
 y &= S = L \left(1 - \frac{\theta}{\beta} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' &= V = -\frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y'' &= A = -\frac{2\pi L}{\beta^2} \sin \frac{2\pi\theta}{\beta} \\
 y''' &= J = -\frac{4\pi^2 L}{\beta^3} \cos \frac{2\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

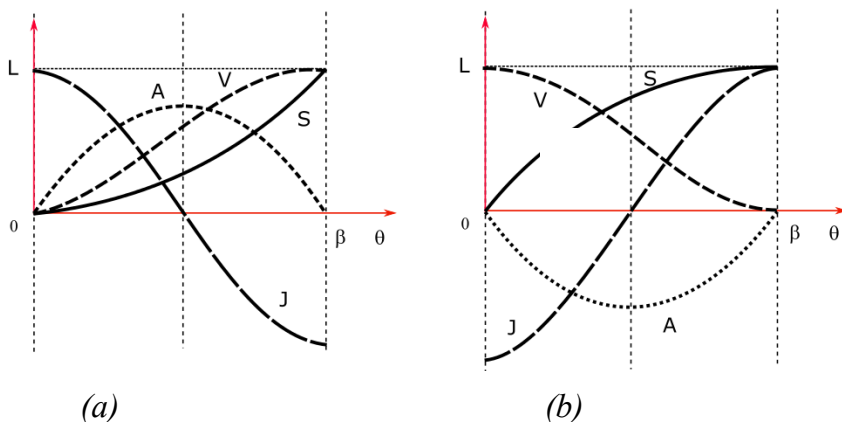
4.2.3. Nửa hàm cycloidal cho giai đoạn đi xa

Bên cạnh nửa hàm điều, nửa hàm cycloidal cũng rất hữu ích bởi giá trị gia tốc bằng 0 ở tại các vị trí biên. Phương trình nửa hàm cycloidal gồm 2 dạng được xác định theo các phương trình (4.9) và (4.10). Đồ thị chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung được chỉ ra trên Hình 4.8

$$\begin{aligned}
 y &= S = L \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' &= V = \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y'' &= A = \frac{\pi L}{\beta^2} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \\
 y''' &= J = -\frac{\pi^2 L}{\beta^3} \cos \frac{\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

và

$$\begin{aligned}
 y = S &= L \left(\frac{\theta}{\beta} + \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' = V &= \frac{L}{\beta} \left(1 + \cos \frac{\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y'' = A &= -\frac{\pi L}{\beta^2} \sin \frac{\pi\theta}{\beta} \\
 y''' = J &= -\frac{\pi^2 L}{\beta^3} \cos \frac{\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

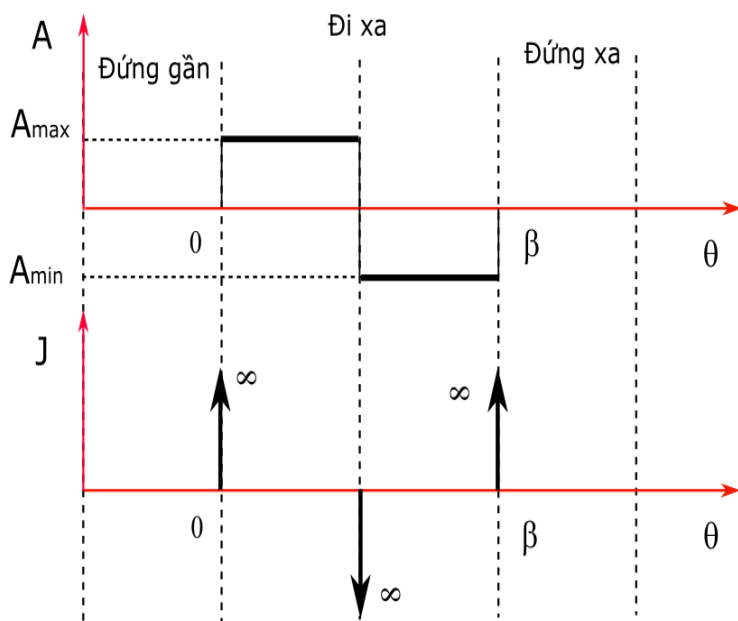


Hình 4.8. Đồ thị SVAJ của hàm cycloidal cho nửa đoạn trong giai đoạn đi xa

4.3. ĐỒ THỊ GIA TỐC KHÔNG ĐỔI

Đồ thị dạng gia tốc không đổi được chỉ ra trên Hình 4.9. Hàm này có đặc điểm là cho giá trị gia tốc nhỏ. Tuy nhiên, hàm gia tốc lại không liên tục ở các vị trí biên, do đó giá trị xung sẽ bằng vô cùng tại các vị trí

biên đó. Nên hàm này cũng không được dùng để thiết kế trong trường hợp ví dụ trên.

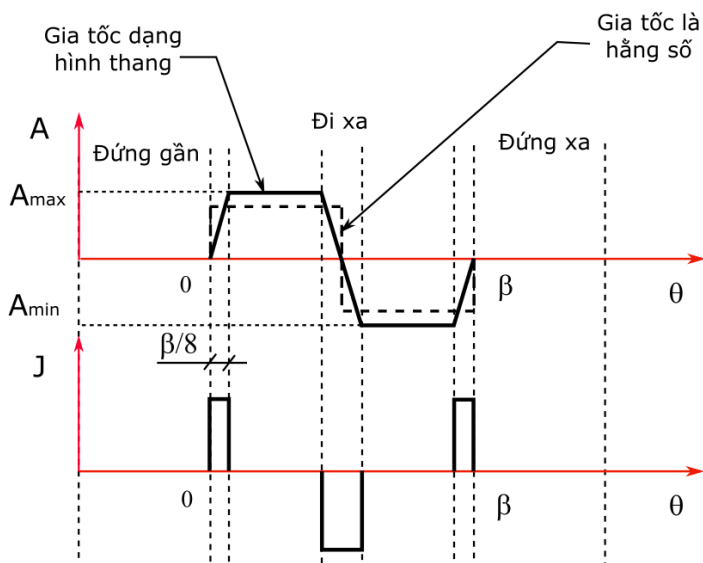


Hình 4.9. Đồ thị gia tốc không đổi

4.4. ĐỒ THỊ GIA TỐC DẠNG HÌNH THANG

Đồ thị gia tốc dạng hình thang là một dạng hàm toán học mà có giai đoạn chuyển động với gia tốc là hằng số. Dạng gia tốc là hằng số với mục đích là làm giảm giá trị cực trị của gia tốc để làm giảm lực động trong bài toán động lực học. Với đồ thị gia tốc dạng hình thang được cải tiến từ đồ thị gia tốc không đổi và được chỉ ra trên Hình 4.10. Hàm biểu diễn gia tốc của dạng hình thang này là hàm liên tục. Tuy nhiên, giá trị gia tốc lớn hơn so

với dạng đồ thị gia tốc không đổi. Hơn nữa, hàm xung là hàm không liên tục. Điều này gây ảnh hưởng đến rung động của hệ thống.



Hình 4.10. Đồ thị gia tốc dạng hình thang

4.5. DẠNG ĐỒ THỊ HÌNH THANG CẢI TIẾN

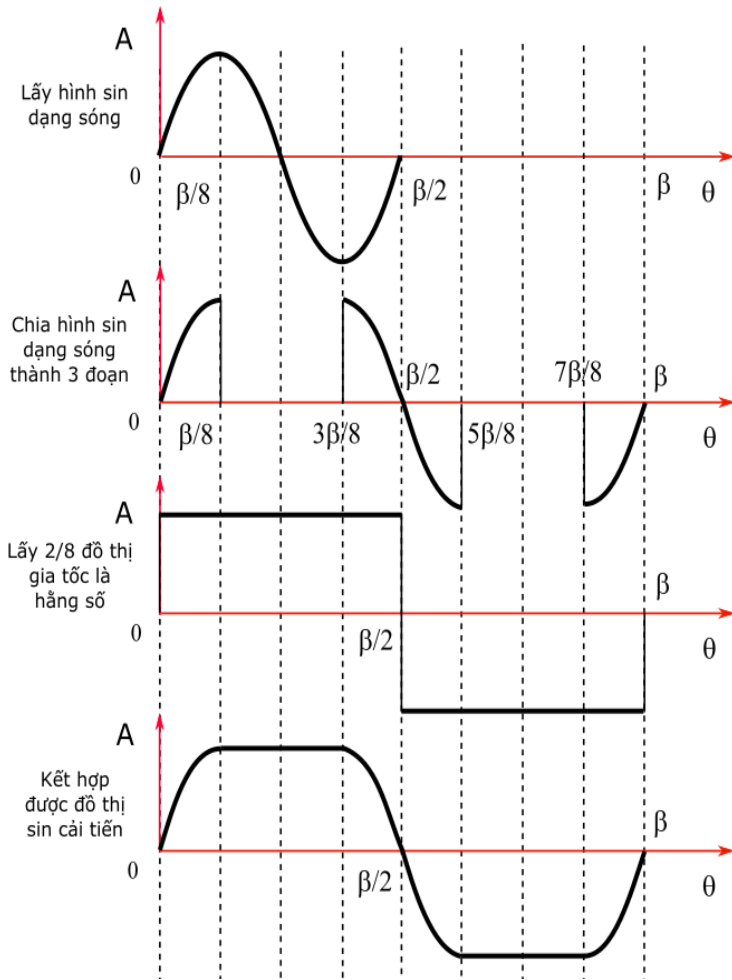
Để cải thiện nhược điểm của dạng đồ thị hình thang và mong muốn đồ thị xung là liên tục thì người ta thay thế hàm bậc nhất của đồ thị gia tốc hình thang bằng một phần của đồ thị gia tốc dạng sóng hình sine được chỉ ra trên Hình 4.11. Như vậy dạng đồ thị hình thang cải tiến là sự kết hợp của nhiều dạng phương trình khác nhau. Việc kết hợp này cần lưu ý tại những điểm nối giữa các phương trình sao cho các hàm vận tốc, gia tốc và xung là liên tục.

Phương trình dạng đồ thị hình thang cải tiến mô tả chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung trong giai đoạn đi xa trong các công thức (4.11), (4.12), (4.13), (4.14) và (4.15). Ưu điểm của dạng đồ thị này là giá trị cực trị của gia tốc nhỏ mà hàm xung liên tục. Dạng đồ thị này thường được sử dụng cho dạng cam với 2 giai đoạn dừng. Đồ thị SVAJ chỉ ra trên Hình 4.12.

Phương trình đồ thị hình thang cải tiến:

- Với $0 \leq \theta \leq \frac{1}{8}\beta$:

$$\begin{aligned}
 y &= S = L \left(0.38898448 \frac{\theta}{\beta} \right. \\
 &\quad \left. - 0.0309544 \sin \frac{4\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' &= V = 0.38898448 \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{4\pi\theta}{\beta} \right) \quad (4.11) \\
 y'' &= A = 4.888124 \frac{L}{\beta^2} \sin \frac{4\pi\theta}{\beta} \\
 y''' &= J = 61.425769 \frac{L}{\beta^3} \cos \frac{4\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned}$$



Hình 4.11. Sự kết hợp để tạo đồ thị gia tốc dạng hình thang cải tiến

- Với $\frac{1}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{3}{8}\beta$:

$$y = S = L \left(2.44406184 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 0.22203097 \frac{\theta}{\beta} + 0.00723407 \right) \quad (4.12)$$

$$y' = V = \frac{L}{\beta} \left(4.888124 \frac{\theta}{\beta} - 0.22203097 \right)$$

$$y'' = A = 4.888124 \frac{L}{\beta^2}$$

$$y''' = J = 0$$

$$- \text{ Vói } \frac{3}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{5}{8}\beta$$

$$y = S = L \left(1.6110154 \frac{\theta}{\beta} - 0.0309544 \sin \left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - \pi \right) - 0.3055077 \right) \quad (4.13)$$

$$y' = V = \frac{L}{\beta} \left(1.6110154 - 0.38898448 \cos \left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - \pi \right) \right)$$

$$y'' = A = 4.888124 \frac{L}{\beta^2} \sin\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - \pi\right)$$

$$y''' = J = 61.425769 \frac{L}{\beta^3} \cos\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - \pi\right)$$

- Vóí $\frac{5}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{7}{8}\beta$:

$$y = S = L \left(-2.44406184 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 \right. \\ \left. + 4.6660917 \frac{\theta}{\beta} - 1.2292648 \right)$$

$$y' = V = \frac{L}{\beta} \left(-4.888124 \frac{\theta}{\beta} + 4.6660917 \right) \quad (4.14)$$

$$y'' = A = -4.888124 \frac{L}{\beta^2}$$

$$y''' = J = 0$$

- Vóí $\frac{7}{8}\beta \leq \theta \leq \beta$

$$y = S = L \left(1.6110154 + 0.38898448 \frac{\theta}{\beta} \right. \\ \left. + 0.0309544 \sin\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - \pi\right) \right. \\ \left. - 0.3055077 \right) \quad (4.15)$$

$$y' = V = 0.38898448 \frac{L}{\beta} \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 3\pi \right) \right)$$

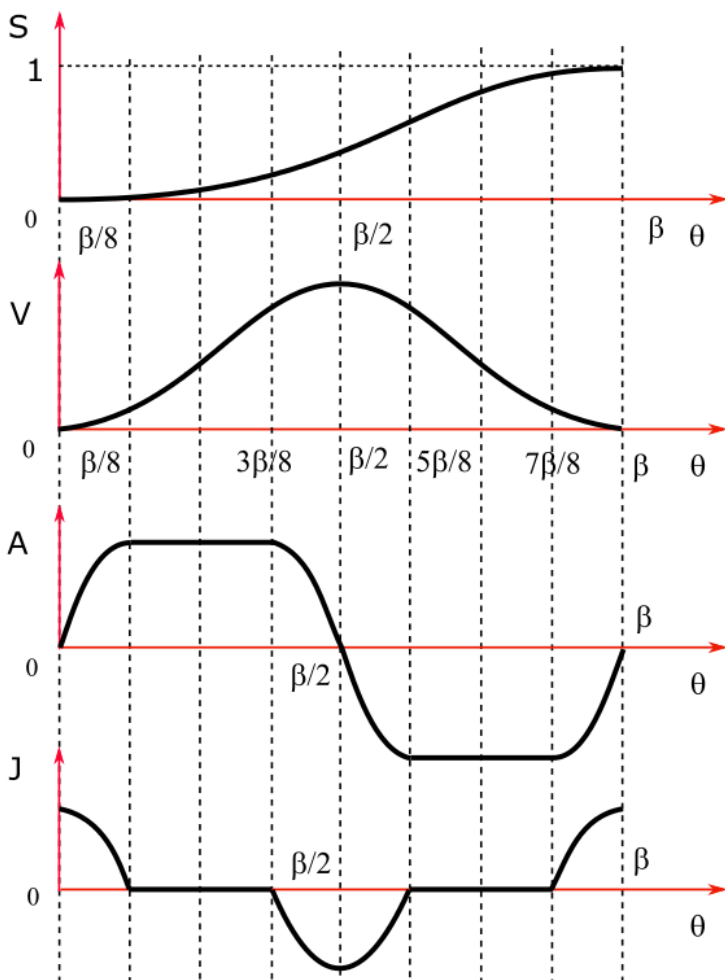
$$y'' = A = -4.888124 \frac{L}{\beta^2} \sin \left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 3\pi \right)$$

$$y''' = J = -61.425769 \frac{L}{\beta^3} \cos \left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 3\pi \right).$$

4.6. GIA TỐC DẠNG HÌNH SIN CẢI TIẾN

Như trên đã thấy rằng hàm sine (cycloidal) có ưu điểm là hàm cong trơn liên tục và có giá trị xung nhỏ so với các hàm gia tốc dạng hình thang cải tiến; tuy nhiên, giá trị cực trị lại lớn hơn. Vì thế, kết hợp hai hàm sóng hình sine khác nhau về tần số đó là một hàm có tần số cao hơn hàm sine còn lại (nhìn Hình 4.13). Như trên Hình 4.13, sự kết hợp của $\frac{1}{4}$ đầu và $\frac{1}{4}$ cuối của hàm sine có tần số cao, chu kỳ ngắn ($\beta/2$) được sử dụng ở phần đầu và phần cuối của hàm sin cải tiến.

Tiếp theo đó là nửa giữa của hàm sin với tần số thấp, chu kỳ dài ($3\beta/2$) được sử dụng cho phần giữa của hàm sin cải tiến. Sự kết hợp này sẽ làm giảm giá trị cực trị của gia tốc. Hơn nữa, sự kết hợp này còn làm giảm giá trị cực trị của vận tốc so sánh với hàm cycloidal và hàm gia tốc dạng hình thang cải tiến.



Hình 4.12. Đồ thị SVAJ của dạng hình thang cải tiến

Phương trình mô tả chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung được chỉ ra trong các biểu thức (4.16), (4.17) và (4.18).

- Với $0 \leq \theta \leq \frac{1}{8}\beta$:

$$\begin{aligned}
 y = S &= L \left(0.43990085 \frac{\theta}{\beta} \right. \\
 &\quad \left. - 0.0350062 \sin \frac{4\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' = V &= 0.43990085 \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{4\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y'' = A &= 5.5279571 \frac{L}{\beta^2} \sin \frac{4\pi\theta}{\beta} \\
 y''' = J &= 69.463577 \frac{L}{\beta^3} \cos \frac{4\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

- Với $\frac{1}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{7}{8}\beta$:

$$\begin{aligned}
 y = S &= L \left(0.28004957 + 0.43990085 \frac{\theta}{\beta} \right. \\
 &\quad \left. - 0.31505577 \cos \left(\frac{4\pi\theta}{3\beta} - \frac{\pi}{6} \right) \right) \\
 y' = V &= 0.43990085 \frac{L}{\beta} \left(1 \right. \\
 &\quad \left. + 3 \sin \left(\frac{4\pi\theta}{3\beta} - \frac{\pi}{6} \right) \right) \\
 y'' = A &= 5.5279571 \frac{L}{\beta^2} \cos \left(\frac{4\pi\theta}{3\beta} - \frac{\pi}{6} \right)
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

$$y''' = J = -23.1553 \frac{L}{\beta^3} \sin\left(\frac{4\pi\theta}{3\beta} - \frac{\pi}{6}\right)$$

- Với $\frac{7}{8}\beta \leq \theta \leq \beta$:

$$y = S = L \left(0.56009915 + 0.43990085 \frac{\theta}{\beta} - 0.0350062 \sin\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 2\pi\right) \right)$$

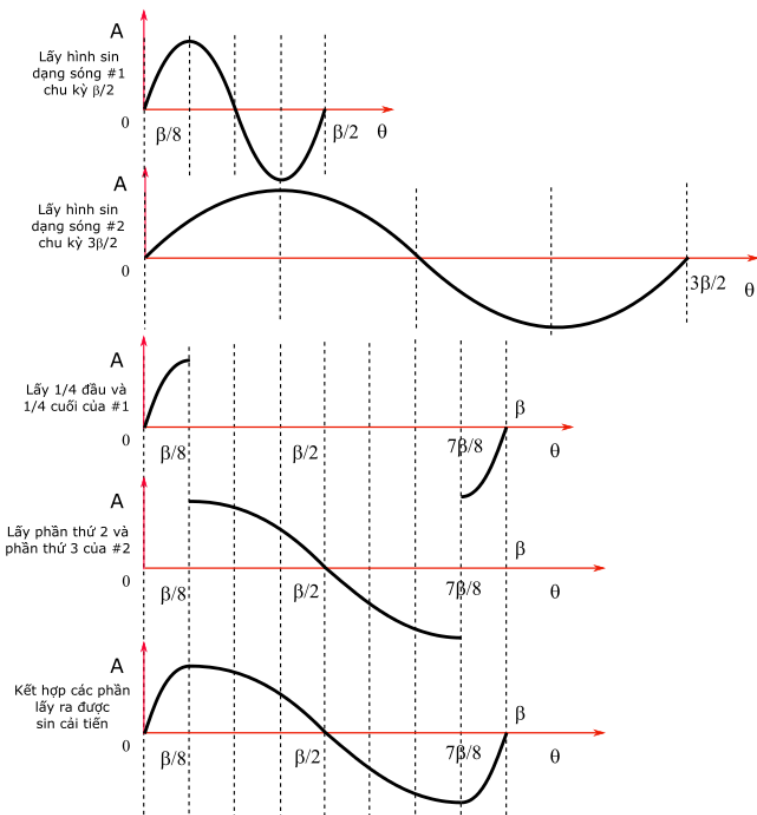
$$y' = V = 0.43990085 \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 2\pi\right) \right) \quad (4.18)$$

$$y'' = A = 5.5279571 \frac{L}{\beta^2} \sin\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 2\pi\right)$$

$$y''' = J = 69.4663577 \frac{L}{\beta^3} \cos\left(\frac{4\pi\theta}{\beta} - 2\pi\right)$$

4.7. HÀM ĐA THỨC

Hàm đa thức là hàm được dùng phổ biến trong thiết kế cơ cấu cam bởi vì nó linh hoạt trong việc thiết kế với các nhiều yêu cầu đầu vào của cơ cấu cam. Hàm đa thức mô tả cho chuyển vị của cần được viết theo góc quay của cam θ và góc định kỳ β .



Hình 4.13. Sự kết hợp để tạo thành gia tốc hình sine cải tiến

Hàm đa thức bậc n được viết dưới dạng phương trình toán học như sau :

$$y = S = C_0 + C_1 \frac{\theta}{\beta} + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + \dots + C_n \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^n \quad (4.19)$$

Các hệ số $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$ trong phương trình (4.19) là ẩn số; bậc của hàm đa thức là bậc n thì số ẩn sẽ là $(n + 1)$. Việc lựa chọn bậc của đa thức phụ thuộc vào số điều kiện biên (boundary conditions). Nếu k là số điều kiện biên của yêu cầu thiết kế thì bậc tự do của đa thức sẽ là $n = k - 1$.

4.7.1. Hàm đa thức bậc 5

Quay lại với ví dụ thiết kế cơ cấu cam sử dụng cho máy khoan trên Hình 3.2 với 4 giai đoạn chuyển động của cần. Nếu lựa chọn hàm đa thức mô tả cho giai đoạn đi xa (rise) và về gần (fall). Chẳng hạn ở đây thiết kế cho giai đoạn đi xa, nhìn trên Hình 3.3 với giai đoạn đi xa, chúng ta sẽ thấy hàm đa thức này sẽ phải thỏa mãn 6 điều kiện biên, $k = 6$, để thỏa mãn nguyên lý cơ bản khi thiết kế cam là các hàm chuyển vị, vận tốc, gia tốc phải liên tục. Từ 6 điều kiện biên thì hàm đa thức cần thiết cho giai đoạn đi xa sẽ là đa thức bậc $n = 5$.

Sáu điều kiện biên của giai đoạn đi xa có thể viết:

- Khi $\theta = 0$ thì $S = 0, V = 0; A = 0$
- Khi $\theta = \beta_1$ thì $S = L, V = 0; A = 0$

Từ phương trình hàm đa thức trong (4.20), phương trình biểu diễn chuyển vị, vận tốc và gia tốc như sau:

$$\begin{aligned}
y = S &= C_0 + C_1 \frac{\theta}{\beta} + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \\
&\quad + C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 \\
y' = V &= \frac{1}{\beta} \left[C_1 + 2C_2 \frac{\theta}{\beta} + 3C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 4C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right] \\
y'' = A &= \frac{1}{\beta^2} \left[2C_2 + 6C_3 \frac{\theta}{\beta} + 12C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 20C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \right]
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Thay 6 điều kiện biên vào các phương trình trong (4.20) lần lượt ta được hệ 6 phương trình:

$$\begin{aligned}
0 &= C_0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\
0 &= \frac{1}{\beta} [C_1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0] \\
0 &= \frac{1}{\beta^2} [2C_2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0] \\
L &= C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 \\
0 &= \frac{1}{\beta} [C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5] \\
0 &= \frac{1}{\beta^2} [2C_2 + 6C_3 + 12C_4 + 20C_5]
\end{aligned} \tag{4.21}$$

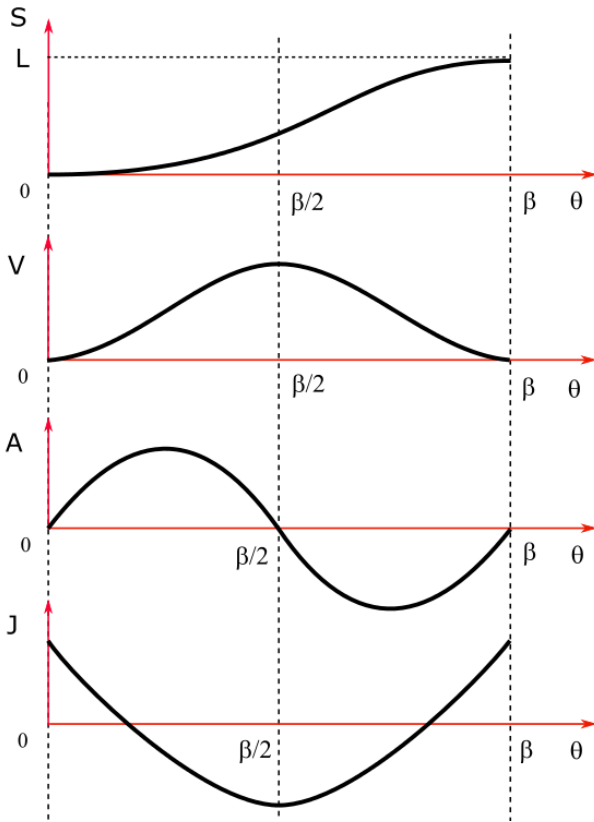
Giải hệ 6 phương trình (4.21) ta được các hệ số của phương trình chuyển vị như ở công thức sau:

$$\begin{aligned} C_0 = C_1 = C_2 = 0; C_3 = 10L; \\ C_4 = -15L; C_5 = 6L \end{aligned} \quad (4.22)$$

Như vậy tìm được các phương trình mô tả chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung như ở công thức sau:

$$\begin{aligned} y = S &= L \left[10 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right] \\ y' = V &= \frac{L}{\beta} \left[30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 60 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 30 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right] \\ y'' = A &= \frac{L}{\beta^2} \left[60 \frac{\theta}{\beta} - 180 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 120 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right] \\ y''' = J &= \frac{L}{\beta^3} \left[60 - 360 \frac{\theta}{\beta} + 360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

Nhận thấy rằng, phương trình chuyển vị bậc 5 với các điều kiện biên như thảo luận ở trên chỉ chứa các bậc 3, 4 và 5 (xem phương trình (4.23)) nên được gọi là hàm đa thức 3-4-5. Từ các phương trình (4.23), dễ dàng biểu diễn đồ thị chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung của hàm đa thức bậc 5 như Hình 4.14.



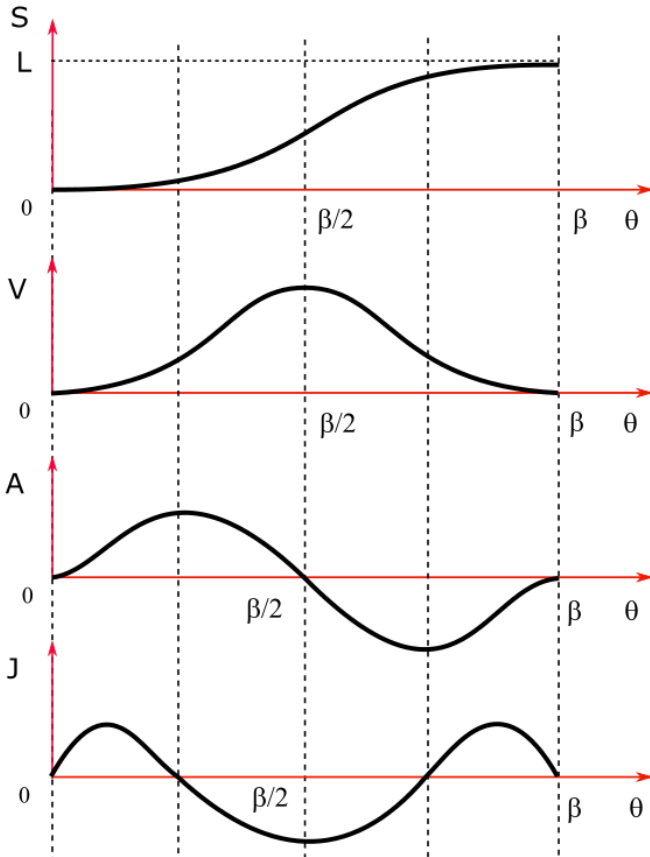
Hình 4.14. Đồ thị $SVAJ$ của hàm đa thức bậc 5

4.7.2. Hàm đa thức bậc 7

Nếu sử dụng hàm đa thức bậc 7 cho thiết kế cơ cấu cam thì số các điều kiện biên là 8 và khi đó ngoài 6 điều kiện biên như đã nêu ở phần đa thức bậc 5 thì đối với đa thức bậc 7 cần thêm 2 điều kiện biên về giá trị của xung tại vị trí điểm đầu và điểm cuối của giai đoạn đi xa bằng 0. Từ 8 điều kiện biên dễ dàng xác định được 8 hệ số trong hàm

đa thức bậc 7. Và hàm đa thức bậc 7 cũng chỉ chứa các bậc đa thức 4, 5, 6 và 7 nên hàm này được gọi là hàm đa thức 4-5-6-7 và hàm đa thức này được xác định trong phương trình (4.24).

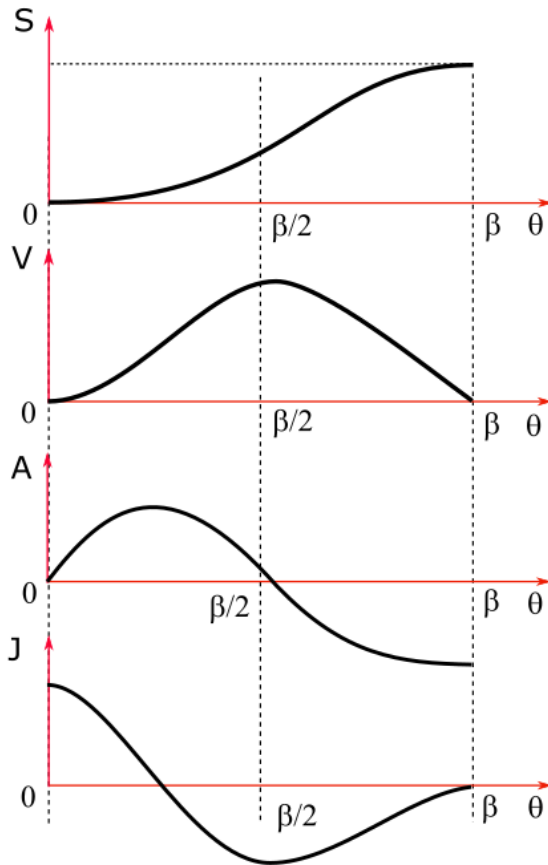
$$\begin{aligned}
 y = S &= L \left[35 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right. \\
 &\quad \left. - 20 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right] \\
 y' = V &= \frac{L}{\beta} \left[140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right. \\
 &\quad \left. + 420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 - 140 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right] \\
 y'' = A &= \frac{L}{\beta^2} \left[420 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 1680 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right. \\
 &\quad \left. + 2100 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 840 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right] \\
 y''' = J &= \frac{L}{\beta^3} \left[840 \frac{\theta}{\beta} - 5040 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + 8400 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 4200 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right]
 \end{aligned} \tag{4.24}$$



Hình 4.15. Đồ thị SVAJ của hàm đa thức bậc 7

4.7.3. Hàm đa thức bậc 8

Hàm đa thức bậc 8 cho giai đoạn đi xa được viết dưới dạng trong phương trình (4.25). Đồ thị SVAJ được chỉ ra trên Hình 4.16.



Hình 4.16. Đồ thị $SVAJ$ của hàm đa thức bậc 8

Hàm đa thức bậc 8 có giá trị gia tốc tại điểm đầu bằng 0, nhưng điểm cuối khác 0. Ngược lại với giá trị xung, có điểm đầu khác 0 và điểm cuối bằng 0.

$$\begin{aligned}
y = S &= L \left[1 - 2.6315 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 2.78055 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right. \\
&\quad + 3.17060 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \\
&\quad - 6.87795 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \\
&\quad \left. + 2.56095 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^8 \right] \\
y' = V &= -\frac{L}{\beta} \left[5.26830 \frac{\theta}{\beta} - 13.90275 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right. \\
&\quad - 19.02360 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \\
&\quad + 48.14565 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \\
&\quad \left. - 20.48760 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right] \\
y'' = A &= -\frac{L}{\beta^2} \left[5.26830 - 55.61100 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right. \\
&\quad - 95.11800 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 \\
&\quad + 288.87390 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \\
&\quad \left. - 143.41320 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 \right]
\end{aligned} \tag{4.25}$$

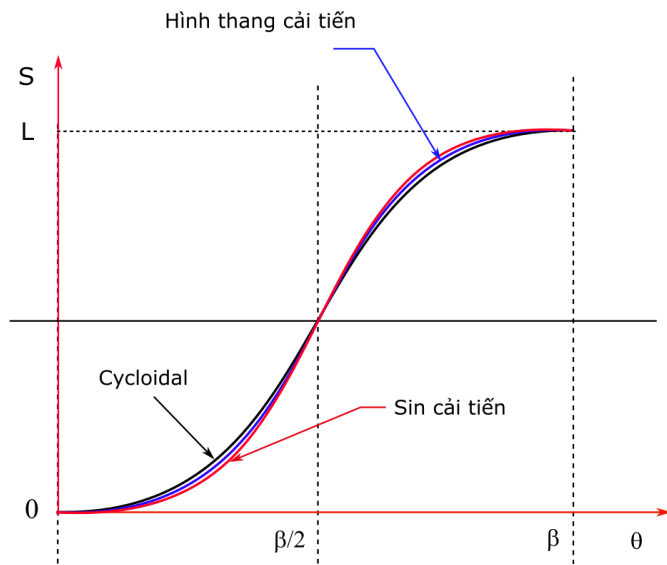
$$y''' = J = \frac{L}{\beta^3} \left[166.83300 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 380.47200 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 1444.36950 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 860.47920 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right]$$

Như vậy thấy rằng hàm đa thức là hàm rất linh hoạt cho quá trình thiết kế cam bởi nó có thể thỏa mãn không giới hạn các điều kiện biên. Tuy nhiên với những hàm đa thức bậc cao có thể xuất hiện các dao động. Các dao động này làm cho giá trị của vận tốc, gia tốc và xung lớn. Vì vậy khi tính toán thiết kế cam cần để ý đến điều này khi sử dụng hàm đa thức bậc cao. Với tính linh hoạt của hàm đa thức thì đây là một trong những hàm được sử dụng rộng rãi trong quá trình thiết kế cơ cấu cam.

Trên Hình 4.17 mô tả đồ thị chuyển vị của cam với 3 loại cam. Từ hình vẽ này thấy rằng, đường cong mô tả chuyển vị trong giai đoạn đi xa với chiều cao nâng là L và góc định kỳ β không khác nhau nhiều. Tuy nhiên, đến đồ thị mô tả vận tốc chỉ ra trên Hình 4.17 thì có sự khác nhau rất rõ rệt ở các giá trị cực trị của vận tốc. Từ Hình 4.17, giá trị cực trị của vận tốc với hàm đa thức 4-5-6-7 có giá trị lớn nhất, lần lượt đến các hàm cycloidal, hàm thang cái

tiên, hàm đa thức 3-4-5 và cuối cùng nhỏ nhất là hàm sine cải tiến.

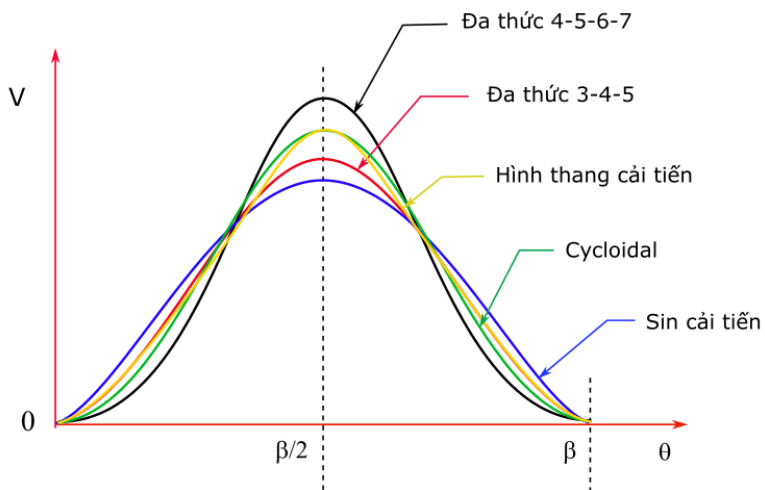
4.8. SO SÁNH ĐỒ THỊ SVAJ CỦA CÁC HÀM CƠ BẢN



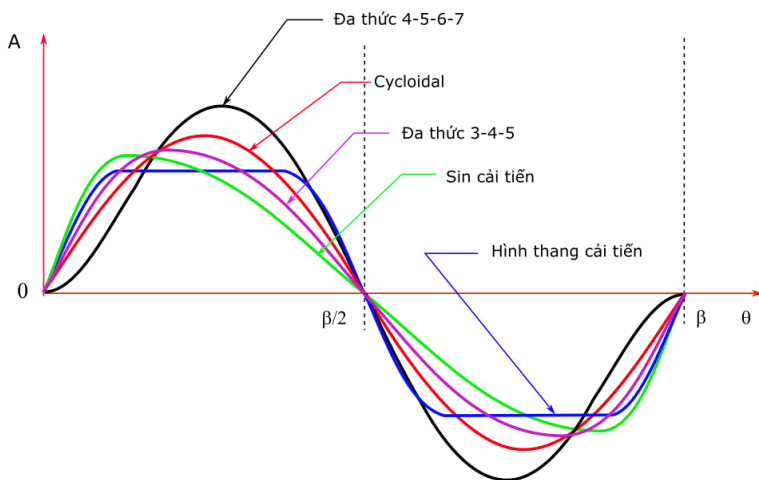
Hình 4.17. So sánh đồ thị chuyển vị của cần

Hình 4.19 và Hình 4.20 so sánh các đường cong mô tả gia tốc và xung của một số loại hàm toán học như: hàm đa thức 4-5-6-7, hàm cycloidal, hàm thang cải tiến, hàm đa thức 3-4-5 và hàm sine cải tiến. Nhìn hình vẽ này thấy rằng, mặc dù đường cong mô tả chuyển vị của các đường không biến đổi nhiều nhưng đường cong mô tả gia tốc và xung thì có sự thay đổi lớn.

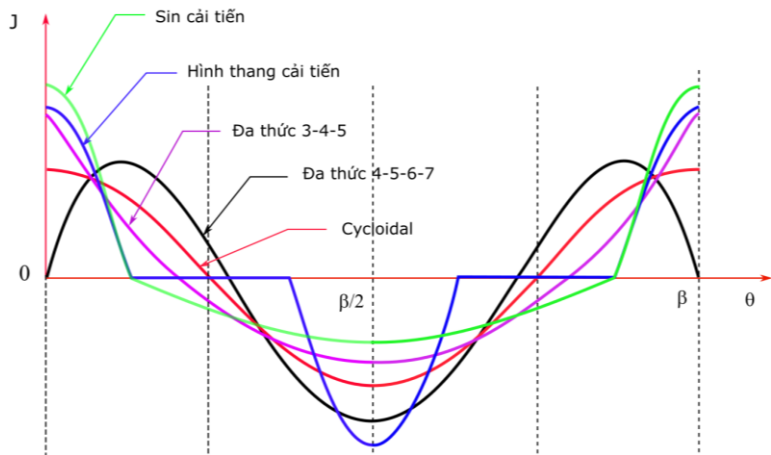
Giá trị vận tốc, gia tốc và xung lớn nhất của các đường cong này được thể hiện trên bảng Bảng 4.1.



Hình 4.18. So sánh đồ thị vận tốc



Hình 4.19. So sánh đồ thị gia tốc



Hình 4.20. So sánh đồ thị xung

Bảng 4.1. Giá trị lớn nhất về vận tốc gia tốc của một số loại hàm cơ bản

Hàm	Max. vận tốc	Max. gia tốc	Max. xung	Nhận xét
Gia tốc không đổi	$2 L/\beta$	$4 L/\beta^2$	Vô cùng	Không nên dùng
Điều hòa	$1.571 L/\beta$	$4.945 L/\beta^2$	Vô cùng	Không nên dùng
Gia tốc dạng hình thang	$2L/\beta$	$5.3 L/\beta^2$	$44 L/\beta^3$	Không tốt bằng hàm thang cải tiến

Thang cải tiến	$2 L/\beta$	$4.888 L/\beta^2$	$61 L/\beta^3$	Gia tốc nhỏ nhưng hàm xung không cong tròn.
Sine cải tiến	$1.76 L/\beta$	$5.528 L/\beta^2$	$69 L/\beta^3$	Vận tốc thấp và gia tốc tốt
Đa thức 3-4-5	$1.857 L/\beta$	$5.777 L/\beta^2$	$60 L/\beta^3$	Tốt
Cycloidal	$2 L/\beta$	$6.283 L/\beta^2$	$40 L/\beta^3$	Đường gia tốc và xung cong tròn
Đa thức 4-5-6-7	$2.188 L/\beta$	$7.526 L/\beta^2$	$52 L/\beta^3$	Đường xung cong tròn nhưng giá trị gia tốc lớn

4.9. PHỐI HỢP NHIỀU DẠNG HÀM TOÁN HỌC CƠ BẢN KHÁC NHAU CHO ĐỒ THỊ CHUYỂN VỊ

Ở phần trên thảo luận về các hàm toán học cơ bản sử dụng để mô tả chuyển động của cần. Trong phần này trình bày cách thức phối hàm các hàm đó để mô tả một chuyển động của cần thỏa mãn một yêu cầu cho trước với nhiều giai đoạn khác nhau.

Trong quá trình nối các giai các hàm của các giai đoạn thì cần thỏa mãn định lý cơ bản về thiết kế cam đó là đường cong mô tả các hàm chuyển vị, vận tốc, gia tốc phải là những hàm liên tục. Đường cong mô tả hàm xung có thể là không liên tục nếu cần thiết; nhưng không có giá trị nào bằng vô cùng. Hơn nữa, giá trị lớn nhất của vận tốc và gia tốc luôn giữ để đạt giá trị nhỏ nhất có thể.

Ví dụ 1: Thiết kế một cơ cấu cam cần chuyển động tịnh tiến được dẫn động với vận tốc góc không đổi của cam bằng 150 (vòng/ph). Chuyển động của cần bắt đầu từ vị trí dừng, sau đó được tăng tốc để đạt vận tốc 25 in/s. Vận tốc này được duy trì trong suốt khoảng nâng 1.25in, sau đó tiếp tục di chuyển đến đỉnh của giai đoạn đi xa, rồi chuyển sang giai đoạn về gần và cuối cùng là giai đoạn dừng trong khoảng 0.1s. Tổng hành trình nâng là 3.0in. Hãy xác định đồ thị chuyển vị của cần?

Lời giải:

➤ Từ yêu cầu đầu bài có thể dễ dàng biết được cam cần thiết kế có ba giai đoạn: đi xa - về gần - và đứng gần (nhìn Hình 4.21). Trong giai đoạn đi xa thì chuyển động của cần được chia làm 3 giai đoạn: cần đi xa với khoảng nâng là L_1 (đoạn AB) với góc định kỳ β_1 ; sau đó vận tốc của cần được duy trì trong khoảng nâng $L_2 = 1.25\text{in}$ (đoạn BC) với góc định kỳ β_2 ; và đoạn 3 là đoạn CD cần chuyển động đến cuối giai đoạn đi xa với tổng hành trình nâng là

$L_4 = 3\text{in}$ với góc định kỳ β_3 . Giai đoạn về gần DE với góc định kỳ β_4 , và giai đoạn đứng gần EF với góc định kỳ β_5 .

➤ Từ dữ liệu đầu bài, tính được một số các thông số như sau:

- Tốc độ cam: $\omega = 150$ (vòng/ph) = 15.70796 (rad/s)
- Sử dụng mối quan hệ trong phương trình (2.6) tính được vận tốc của cần theo góc quay:

$$y' = \frac{\dot{y}}{\omega} = \frac{25 \text{ in/s}}{15.70796 \text{ rad/s}} = 1.59155 \text{ (in/rad)}$$

- Trong giai đoạn BC, vận tốc là hằng số nên hàm toán học của chuyển vị phải là đường thẳng với hệ số góc là vận tốc của cần theo góc quay. Do đó, góc định kỳ trong giai đoạn BC là:

$$\beta_2 = \frac{L_2}{y'} = \frac{1.25 \text{ in}}{1.59155 \text{ in/rad}} = 0.7854 \text{ (rad)} = 45^\circ$$

- Ở giai đoạn đứng gần EF (dừng), thời gian dừng trong 0.1s thì góc định kỳ trong giai đoạn này được xác định:

$$\beta_5 = 0.1 \text{ s} * 15.70796 \text{ rad/s} = 1.570796 \text{ rad} = 90^\circ$$

Với giai đoạn BC vận tốc là hằng số nên gia tốc và xung bằng 0; giai đoạn dừng EF thì cả vận tốc, gia tốc đều bằng 0 (nhìn Hình 4.21). Đây là cơ sở để chọn hàm chuyển cho các giai đoạn còn lại. Đối chiếu với các hàm đã thảo luận ở phần trên, thì đoạn AB chọn là nửa hàm cycloidal trong phương trình (4.9) với vận tốc và gia tốc điểm đầu (điểm A) bằng 0 và điểm cuối (điểm B) vận tốc bằng 1.59155 (in/rad); còn gia tốc tại điểm đầu và điểm cuối

đều bằng 0. Để đường cong xung không có bước nhảy thì đoạn CD được chọn là nửa hàm điều hòa như chỉ ra trong phương trình (4.6). Còn đoạn DE chọn hàm điều hòa cải tiến cho giai đoạn về gần như được chỉ ra trong phương trình (4.4).

Sau khi chọn các hàm biểu diễn cho từng giai đoạn, thì việc xác định khoảng nâng và các góc định kỳ của từng giai đoạn. Từ các thông số đã biết, cần xác định 5 thông số: $L_1, L_3, \beta_1, \beta_3,$ và β_4 .

Từ phương trình (4.9), tại điểm $(\theta_1/\beta_1 = 1)$, vận tốc tại điểm B sẽ là:

$$y'_B = \frac{2L_1}{\beta_1} = 1.59155 \text{ (in/rad)} \quad (1)$$

Tương tự trong đoạn CD là nửa hàm điều hòa, để nối với đoạn BC để tạo ra đường cong vận tốc không có bước nhảy thì, vận tốc tại điểm C $(\theta_3/\beta_3 = 0)$ của nửa đường điều hòa trong phương trình (4.6) sẽ là

$$y'_C = \frac{\pi L_3}{2\beta_3} = 1.59155 \text{ (in/rad)} \quad (2)$$

Để hàm gia tốc không có bước nhảy tại vị trí điểm nối D giữa giai đoạn CD và DE thì gia tốc tại điểm D ở điểm cuối của hàm CD $(\theta_3/\beta_3 = 1)$ và điểm đầu của đoạn DE $(\theta_3/\beta_3 = 0)$ phải bằng nhau:

$$y''_D = \frac{\pi^2 L_3}{4\beta_3^2} = -\frac{\pi^2 L_4}{\beta_4^2} \quad (3)$$

Hành trình cần:

$$L_4 = L_1 + L_2 + L_3 = 3 \text{ in} \quad (4)$$

Và tổng các góc định kỳ:

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5 = 2\pi \quad (5)$$

Giải hệ phương trình từ (1) đến (5), tìm được 5 ẩn số còn lại. Kết quả các khoảng nâng và góc định kỳ được viết lại như sau:

$$L_1 = 1.264 \text{ in}, \beta_1 = 1.589 \text{ rad} = 91.04^\circ,$$

$$L_2 = 1.250 \text{ in}, \beta_2 = 0.785 \text{ rad} = 45.00^\circ,$$

$$L_3 = 0.486 \text{ in}, \beta_3 = 0.559 \text{ rad} = 27.46^\circ,$$

$$L_4 = 3.000 \text{ in}, \beta_4 = 1.880 \text{ rad} = 136.5^\circ,$$

$$L_5 = 0 \text{ in}, \beta_5 = 1.570 \text{ rad} = 60.00^\circ.$$

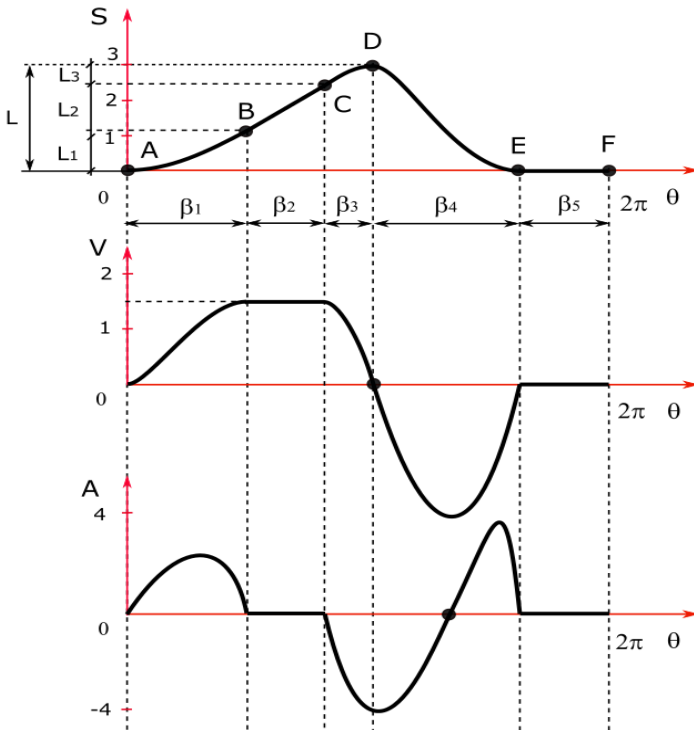
Ví dụ 2: Ở ví dụ 2, xét một cơ cấu cam thường được dùng phổ biến với các yêu cầu đầu vào thỏa mãn chuyển động của cần như sau:

- Chuyển động của cần bắt đầu ở vị trí đầu tiên tăng tốc đến vận tốc là 10 in/s.
- Duy trì vận tốc là 10 in/s trong 0.5s.
- Giảm tốc đến vị trí vận tốc bằng 0.
- Và cần chuyển động về gần cho đến vị trí điểm đầu tiên.
- Chu kỳ chuyển động cho một vòng quay của cam là 1s.

Lời giải:

Theo yêu cầu thiết kế của cam thỏa mãn các chuyển động của cần như đã cho thì cam này bao gồm 4 giai đoạn bao gồm: giai đoạn tăng tốc, giai đoạn duy trì vận tốc là hằng số, giai đoạn giảm tốc về 0 và cuối cùng là

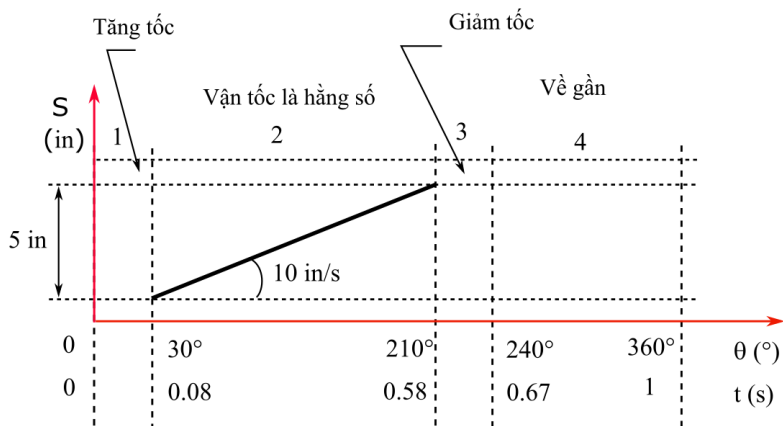
giai đoạn về gần. Một vòng quay của cam tương ứng là 2π trong 1s và từ yêu cầu thiết kế để duy trì vận tốc là hằng số bằng 10 in/s trong 0.5s nghĩa là hết nửa chu kỳ quay của cam.



Hình 4.21. Ví dụ 1: Đồ thị SVAJ của cần

Do đó, góc định kỳ trong giai đoạn vận tốc là hằng số $\beta_2 = 180^\circ$. Còn nửa chu kỳ còn lại người thiết kế phải quyết định lựa chọn góc định kỳ cho 3 giai đoạn còn lại theo yêu cầu chuyển động của cần. Việc thiết kế cam cho

4 giai đoạn chuyển động của cần được chỉ ra trên Hình 4.22.



Hình 4.22. Các giai đoạn chuyển động của cần

Các điều kiện biên tại điểm đầu và điểm cuối trong mỗi giai đoạn được chỉ ra trên Hình 4.23. Các điều kiện biên này được thiết lập dựa vào nguyên lý cơ bản khi thiết kế cam để đảm bảo sao cho hàm chuyển vị, vận tốc và gia tốc là liên tục. Như vậy việc nối các hàm trong các giai đoạn phải đảm bảo tính liên tục cho hàm vận tốc và gia tốc. Ở đây, hàm đa thức được sử dụng cho các giai đoạn trong quá trình thiết kế cam.

- *Giai đoạn 1*: Góc định kỳ trọng giai đoạn 1 là $\beta_1 = 30^\circ$ và điều kiện biên trong giai đoạn tăng tốc được viết như sau:

Tại điểm đầu: $\theta = 0^\circ$ thì $S = 0$; $V = 0$;
 A chưa xác định

Tại điểm cuối: $\theta = 30^\circ$ thì S chưa xác định; $V = 10$ in/s;
 $A = 0$

Với giai đoạn 1 thỏa mãn 4 điều kiện biên. Do đó, hàm đa thức bậc 3 sẽ được sử dụng để tính toán cho giai đoạn tăng tốc này. Việc tìm các hệ số cho hàm đa thức đã được trình bày trong phần 4.7. Do đó, từ 4 điều kiện biên dễ dàng tìm được phương trình đa thức bậc 3 cho giai đoạn 1 như sau:

$$y = 0.83376 \left(\frac{\theta}{\beta_1} \right)^2 - 0.27792 \left(\frac{\theta}{\beta_1} \right)^3 \quad (1)$$

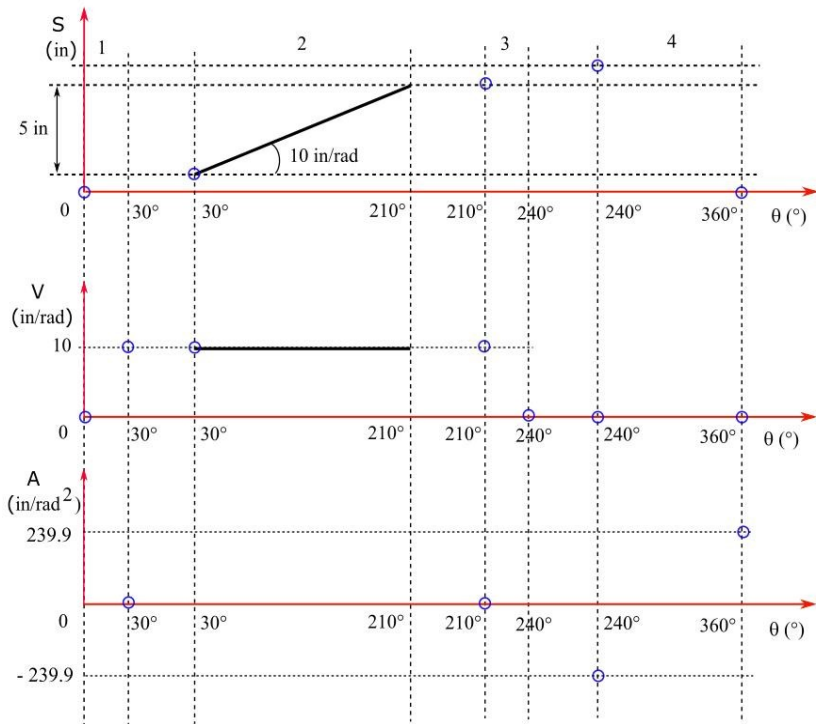
• *Giai đoạn 2*: Góc định kỳ trong giai đoạn 2 là $\beta_2 = 180^\circ$. Từ phương trình (1) của giai đoạn 1, ta xác định được hành trình nâng của cần trong giai đoạn 1 là $L_1 = 0.556$ in. Các điều kiện biên trong giai đoạn 2 được viết:

Tại điểm đầu: $\theta = 30^\circ$ thì $S = 0.556$; $V = 10$

Tại điểm cuối: $\theta = 210^\circ$ thì S chưa xác định; V chưa xác định.

Với giai đoạn 2 là duy trì vận tốc $V = 10$ in/s thì hàm đa thức bậc nhất sẽ được sử dụng trong giai đoạn này. Từ 2 điều kiện biên được viết ở trên dễ dàng xác định được phương trình mô tả chuyển động của cần trong giai đoạn 2 như sau:

$$y = 5 \frac{\theta}{\beta_2} + 0.556 \quad (2)$$



Hình 4.23. Các điều kiện biên trong các giai đoạn chuyển động của cần

- *Giai đoạn 3:* góc định kỳ trong giai đoạn 3 là $\beta_3 = 30^\circ$. Từ phương trình mô tả chuyển động của cần trong giai đoạn 2, dễ dàng xác định được hành trình nâng trong giai đoạn này $L_2 = 5.556 \text{ in}$. Gia tốc trong giai đoạn 2 đều bằng 0 bởi phương trình chuyển động là bậc nhất.

Vì vậy các điều kiện biên trong giai đoạn 3 được viết như sau:

Tại điểm đầu: $\theta = 210^\circ$ thì $S = 5.556$; $V = 10$;
 $A = 0$.

Tại điểm cuối: $\theta = 240^\circ$ thì S chưa xác định; $V = 0$ in/s;
 A chưa xác định.

Từ các điều kiện biên thấy rằng, hàm đa thức bậc 3 sẽ được sử dụng cho giai đoạn này. Phương trình chuyển động được mô tả như sau:

$$y = 0.27792 \left(\frac{\theta}{\beta_2} \right)^3 + 0.83376 \left(\frac{\theta}{\beta_2} \right) + 5.556 \quad (3)$$

• *Giai đoạn 4*: Góc định kỳ trong giai đoạn 4 là $\beta_4 = 120^\circ$. Hành trình nâng của giai đoạn 3 dễ dàng xác định được từ phương trình (3) $L_3 = 6.112$ in. Tại $\theta = 240^\circ$ dễ dàng xác định được giá trị gia tốc là -239.9 in/rad². Để đường cong biểu diễn gia tốc liên tục cho điểm cuối của giai đoạn 4 thì phải bằng gia tốc tại điểm đầu của giai đoạn 1. Từ phương trình (1) dễ dàng xác định được gia tốc bằng 239.9 in/rad² tại $\theta = 0^\circ$ trong giai đoạn 1 và cũng tại $\theta = 360^\circ$ trong giai đoạn 4. Do đó, các điều kiện biên trong giai đoạn 4 được viết như sau:

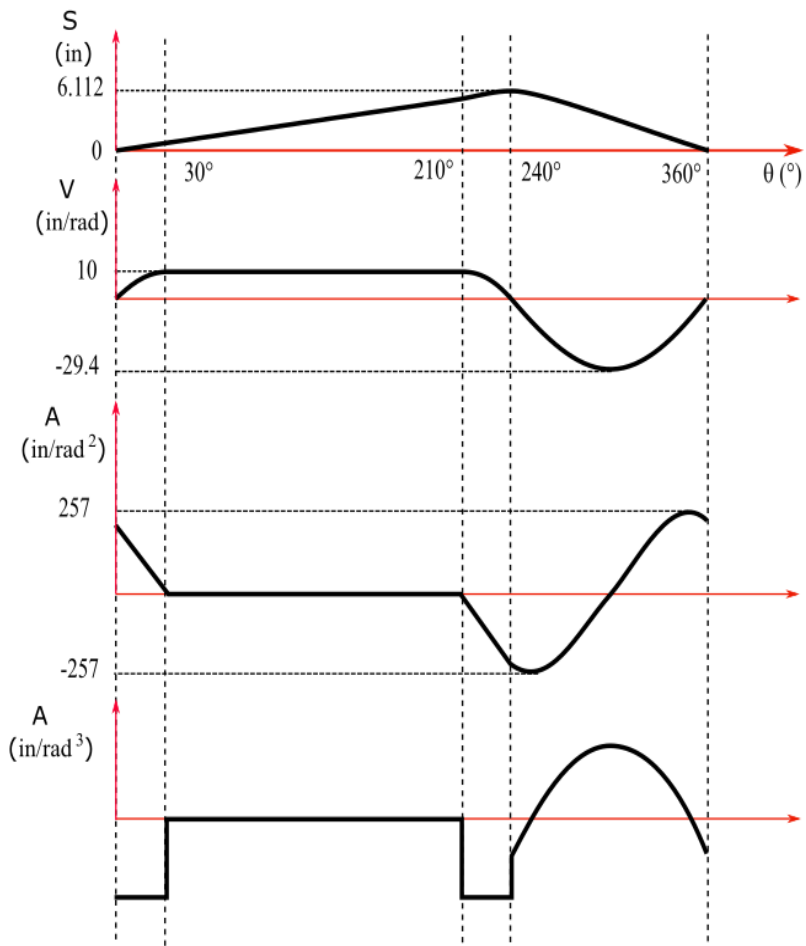
Tại điểm đầu: $\theta = 240^\circ$ thì $S = 6.112$; $V = 0$; $A = -239.9$.

Tại điểm cuối: $\theta = 240^\circ$ thì S chưa xác định; $V = 0$;
 $A = 239.9$.

Từ các điều kiện biên, phương trình mô tả chuyển động của cần trong giai đoạn 4 như sau:

$$y = -9.9894 \left(\frac{\theta}{\beta_2}\right)^5 + 24.9735 \left(\frac{\theta}{\beta_2}\right)^4 - 7.7548 \left(\frac{\theta}{\beta_2}\right)^3 - 13.3413 \left(\frac{\theta}{\beta_2}\right)^2 + 6.112 \quad (4)$$

Đồ thị SVAJ của cam được biểu diễn trên Hình 4.24. Như trên hình vẽ ta thấy các hàm chuyển vị, vận tốc và gia tốc là những hàm liên tục.



Hình 4.24. Đồ thị SVAJ của cam thiết kế

Chương 5

SỬ DỤNG ĐƯỜNG CONG SPLINE CHỖ CHUYỂN VỊ CỦA CẦN

5.1. PHƯƠNG TRÌNH MÔ TẢ HÀM B-SPLINE

5.1.1. Hàm B-spline

Phương trình đường cong B-spline bậc p được định nghĩa như sau:

$$y(u) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad u \in [a, b], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.1)$$

Với P_i được gọi là các điểm điều khiển và $N_{i,p}(u)$ được gọi là các hàm B-spline cơ bản. Các hàm B-spline cơ bản được tính toán thông qua vectơ nút \mathbf{U} . Các hàm $N_{i,p}(u)$ được mô tả như phương trình (5.2) và (5.3). Trong đó $u = \theta/\beta$.

Hàm B-spline cơ bản với bậc 0 được mô tả như sau:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{Cho các trường hợp khác} \end{cases} \quad (5.2)$$

Hàm B-spline cơ bản với bậc p được mô tả như sau:

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u). \quad (5.3)$$

Với u_i là các phần tử trong vectơ nút \mathbf{U} . Véc tơ nút được viết dưới dạng sau:

$$\mathbf{U} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}, \quad (5.4)$$

Các phần tử trong vectơ nút phải là các số thực và thỏa mãn điều kiện $u_i \leq u_{i+1}$, $i = 1, \dots, m$; các số này nằm trong khoảng $[a, b]$, trong đó có $(p + 1)$ số đầu tiên bằng nhau và bằng a và $(p + 1)$ số cuối cùng bằng b . Vì vậy, véc tơ nút \mathbf{U} được viết lại dưới dạng như sau:

$$\mathbf{U} = \{\underbrace{a, \dots, a}_{(p+1)}, u_{p+2}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{(p+1)}\}, \quad (5.5)$$

Ở đây, m là số các số hạng trong véc tơ nút và $m = n + p + 1$.

Các phần tử trong vectơ nút \mathbf{U} được xác định theo phương pháp cách đều như sau:

$$\begin{cases} u_1 = u_2 = \dots = u_{p+1} = a \\ u_{j+p+1} = u_1 + \frac{j}{n-p} (b-a), \quad \text{với } j = 1, \dots, n-p-1. \\ u_{m-p} = u_{m-p+1} = \dots = u_m = b \end{cases} \quad (5.6)$$

5.1.2. Đạo hàm của hàm B-spline

Đạo hàm bậc nhất, bậc hai và bậc ba của đường cong B-spline được viết như sau:

$$y'(u) = \frac{dy(u)}{du} = \sum_{i=1}^n N_{i,p}^1(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.7)$$

$$y''(u) = \frac{d^2y(u)}{du^2} = \sum_{i=1}^n N_{i,p}^2(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.8)$$

$$y'''(u) = \frac{d^3y(u)}{du^3} = \sum_{i=1}^n N_{i,p}^3(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.9)$$

Đạo hàm bậc k của của hàm B-spline cơ bản được xác định như sau:

$$N_{i,p}^k = \frac{p!}{(p-k)!} \sum_{j=0}^k a_{k,j} N_{i+j,p-k}(u), \quad (5.10)$$

Với các hệ số $a_{k,j}$ được tính bởi:

$$\begin{aligned} a_{0,0} &= 1 \\ a_{k,0} &= \frac{a_{k-1,0}}{u_{i+p-k+1} - u_i} \\ a_{k,j} &= \frac{a_{k-1,j} - a_{k-1,j-1}}{u_{i+p+j-k+1} - u_{i+j}} \\ a_{k,k} &= \frac{-a_{k-1,k-1}}{u_{i+p+1} - u_{i+k}}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

Với: $j = 1, \dots, k - 1$. Ở đây, $u_{i+p-k+1}$, u_i , $u_{i+p+j-k+1}$, u_{i+j} , u_{i+p+1} , và u_{i+k} là các phần tử trong vector nút \mathbf{U} .

Từ phương trình (5.10), đạo hàm bậc nhất, bậc 2 và bậc 3 của hàm cơ bản B-spline $N_{i,p}^1(u)$, $N_{i,p}^2(u)$, and $N_{i,p}^3(u)$ được tính:

$$N_{i,p}^1(u) = p (a_{1,0} N_{i,p-1}(u) + a_{1,1} N_{i+1,p-1}(u)), \quad (5.12)$$

$$N_{i,p}^2(u) = p (p - 1) (a_{2,0} N_{i,p-2}(u) + a_{2,1} N_{i+1,p-2}(u) + a_{2,2} N_{i+2,p-2}(u)), \quad (5.13)$$

$$N_{i,p}^3(u) = p (p - 1)(p - 2) (a_{3,0} N_{i,p-3}(u) + a_{3,1} N_{i+1,p-3}(u) + a_{3,2} N_{i+2,p-3}(u) + a_{3,3} N_{i+3,p-3}(u)). \quad (5.14)$$

Theo phương trình (5.11), các hệ số $a_{1,0}$, $a_{1,1}$, $a_{2,0}$, $a_{2,1}$, $a_{2,2}$, $a_{3,1}$, $a_{3,2}$, và $a_{3,3}$ trong phương trình (5.12), (5.13) và (5.14) được xác định như sau:

$$a_{1,0} = \frac{1}{u_{i+p} - u_i} \quad (5.15)$$

$$a_{1,1} = \frac{1}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \quad (5.16)$$

$$a_{2,0} = \frac{a_{1,0}}{u_{i+p-1} - u_i} \quad (5.17)$$

$$a_{2,1} = \frac{a_{1,1} - a_{1,0}}{u_{i+p} - u_{i+1}} \quad (5.18)$$

$$a_{2,2} = \frac{-a_{1,1}}{u_{i+p+1} - u_{i+2}} \quad (5.19)$$

$$a_{3,0} = \frac{a_{2,0}}{u_{i+p-2} - u_i} \quad (5.20)$$

$$a_{3,1} = \frac{a_{2,1} - a_{2,0}}{u_{i+p-1} - u_{i+1}} \quad (5.21)$$

$$a_{3,2} = \frac{a_{2,2} - a_{2,1}}{u_{i+p} - u_{i+2}} \quad (5.22)$$

$$a_{3,3} = \frac{-a_{2,2}}{u_{i+p+1} - u_{i+3}}. \quad (5.23)$$

5.2. PHƯƠNG TRÌNH MÔ TẢ HÀM NURBS

5.2.1. Phương trình đường cong NURBS

Phương trình đường cong NURBS bậc p được mô tả như sau:

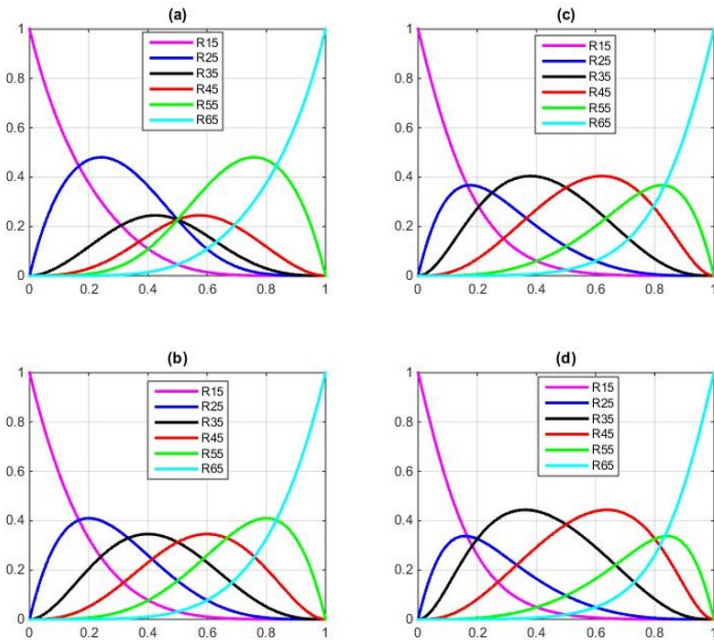
$$y(u) = \sum_{i=1}^n R_{i,p}(u)P_i, \quad u \in [a, b], i = 1, 2, \dots, n \quad (5.24)$$

Với P_i là các điểm điều khiển và $R_{i,p}(u)$ được xác định như sau:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u)w_j}. \quad (5.25)$$

Trong phương trình (5.25), $R_{i,p}(u)$ được gọi là hàm hàm cơ bản trong phương trình đường cong NURBS; $N_{i,p}(u)$ là hàm B-spline cơ bản; và w_i là các trọng số luôn có giá trị dương. Các trọng số này được biểu diễn bằng vector trọng số \mathbf{W} :

$$\mathbf{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}, \quad (5.26)$$



Hình 5.1. Ảnh hưởng của trọng số w_i đến các hàm cơ bản: (a) $w_3 = w_4 = 0.5$; (b) $w_3 = w_4 = 1.0$; (c) $w_3 = w_4 = 1.5$; (d) $w_3 = w_4 = 2.0$

Trên Hình 5.1 biểu diễn các hàm cơ bản với giá trị của các trọng số khác nhau. Như vậy, tùy thuộc vào giá trị của trọng số w_i mà đường cong của các hàm cơ bản khác nhau về hình dáng hình học. Đây là điều mà có thể điều khiển được đường cong NURBS.

5.2.2. Đạo hàm của hàm NURBS

Đạo hàm bậc nhất của đường cong NURBS trong phương trình (5.24) được xác định như sau:

$$y'(u) = \frac{dy(u)}{du} = \sum_{i=1}^n R_{i,p}^1(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.27)$$

Tương tự đạo hàm bậc 2 như sau:

$$y''(u) = \frac{d^2y(u)}{du^2} = \sum_{i=1}^n R_{i,p}^2(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.28)$$

Và đạo hàm bậc 3 cũng được tính như sau:

$$y'''(u) = \frac{d^3y(u)}{du^3} = \sum_{i=1}^n R_{i,p}^3(u) P_i, \quad u \in [a, b]. \quad (5.29)$$

Ở đây, trong các phương trình (5.27), (5.28) và (5.29) lần lượt là đạo hàm bậc nhất, bậc 2 và bậc 3 của hàm cơ bản $R_{i,p}(u)$ theo u . Từ phương trình (5.25) dễ dàng tính được các đạo hàm bậc nhất, bậc 2 và bậc 3 cho hàm cơ bản như sau:

$$R_{i,p}^1(u) = \frac{N_{i,p}^1(u) w_i}{\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{N_{i,p}(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^2} \\
R_{i,p}^2(u) &= \frac{N_{i,p}^2(u) w_i}{\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j} \\
& - \frac{2N_{i,p}^1(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j + N_{i,p}(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^2(u) w_j}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^2} \\
& + \frac{2N_{i,p}(u) w_i \left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j\right)^2}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^3}, \tag{5.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{i,p}^3(u) &= \frac{N_{i,p}^3(u) w_i}{\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j} \\
& - \frac{3N_{i,p}^2(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j + 3N_{i,p}^1(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^2(u) w_j}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^2} \\
& - \frac{N_{i,p}(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^3(u) w_j}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^2} \\
& + \frac{6N_{i,p}^1(u) w_i \left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j\right)^2}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^3} \\
& + \frac{6N_{i,p}(u) w_i \sum_{j=1}^n N_{j,p}^2(u) w_j \sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^3} \\
& - \frac{6N_{i,p}(u) w_i \left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}^1(u) w_j\right)^3}{\left(\sum_{j=1}^n N_{j,p}(u) w_j\right)^4}. \tag{5.32}
\end{aligned}$$

5.3. CHUYỂN VỊ CỦA CẢN SỬ DỤNG ĐƯỜNG CONG SPLINE

Nếu gọi tổng số các điều kiện biên về chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung là n . Các điều kiện về chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung tại u_j, u_k, u_l và u_h lần lượt là $y(u_j), y'(u_k), y''(u_l)$ và $y'''(u_h)$. Điều kiện biên có thể được viết dưới dạng như sau:

$$\begin{aligned} [u_j \ y(u_j)] \quad & \text{for } j = 1, \dots, d \\ [u_k \ y'(u_k)] \quad & \text{for } k = 1, \dots, e \\ [u_l \ y''(u_l)] \quad & \text{for } l = 1, \dots, f \\ [u_h \ y'''(u_h)] \quad & \text{for } h = 1, \dots, g, \end{aligned} \tag{5.33}$$

Với $y(u_j), y'(u_k), y''(u_l)$ và $y'''(u_h)$ là các giá trị về chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung. Trong biểu thức thì $d + e + f + g$ bằng tổng các điều kiện biên n .

Từ các điều kiện biên dễ dàng viết được hệ phương trình tuyến tính dưới dạng sau:

$$\begin{bmatrix} R_{i,p}(u_j) \\ R_{i,p}^1(u_k) \\ R_{i,p}^2(u_l) \\ R_{i,p}^3(u_h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(u_j) \\ y'(u_k) \\ y''(u_l) \\ y'''(u_h) \end{bmatrix}. \tag{5.34}$$

Ở đây, C là ma trận biểu thị cho các điều kiện biên với kích thước $n \times 1$ và được biểu diễn dưới dạng:

$$\mathbf{C} = [C(u_1), \dots, C(u_d), C^1(u_1), \dots, C^1(u_e), C^2(u_1), \dots, C^2(u_f), C^2(u_1), \dots, C^2(u_g)] \quad (5.35)$$

Và ma trận \mathbf{R} với kích thước $n \times n$ được viết dưới dạng:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{1,p}(u_1) & R_{2,p}(u_1) & \dots & R_{n,p}(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,p}(u_d) & R_{2,p}(u_d) & \dots & R_{n,p}(d) \\ \\ R_{1,p}^1(u_1) & R_{2,p}^1(u_1) & \dots & R_{n,p}^1(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,p}^1(u_e) & R_{2,p}^1(u_e) & \dots & R_{n,p}^1(u_e) \\ \\ R_{1,p}^2(u_1) & R_{2,p}^2(u_1) & \dots & R_{n,p}^2(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,p}^2(u_f) & R_{2,p}^2(u_f) & \dots & R_{n,p}^2(u_f) \\ \\ R_{1,p}^3(u_1) & R_{2,p}^3(u_1) & \dots & R_{n,p}^3(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,p}^3(u_g) & R_{2,p}^3(u_g) & \dots & R_{n,p}^3(u_g) \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Phương trình (5.34) được viết lại như sau:

$$\mathbf{R} \mathbf{P} = \mathbf{C}$$

Do đó, các điểm điều khiển được xác định như sau:

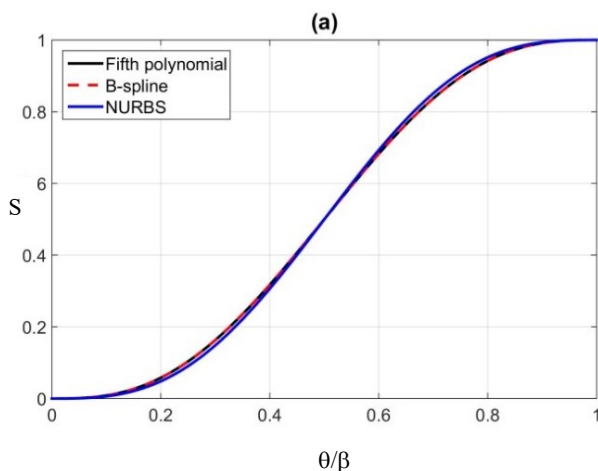
$$\mathbf{P} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} . \quad (5.38)$$

Các điểm điều khiển được xác định thì các hàm B-spline, NURBS và đạo hàm của chúng được xác định.

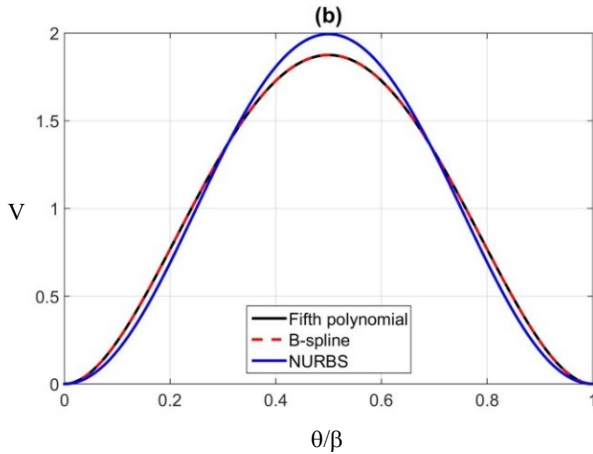
Theo nguyên lý về thiết kế cam thì hàm vận tốc, gia tốc là hàm liên tục vì vậy chọn bậc cho đường cong B-spline và NURBS là bậc 5 hay $n = 5$.

5.3.1. Ví dụ với 6 điều kiện biên

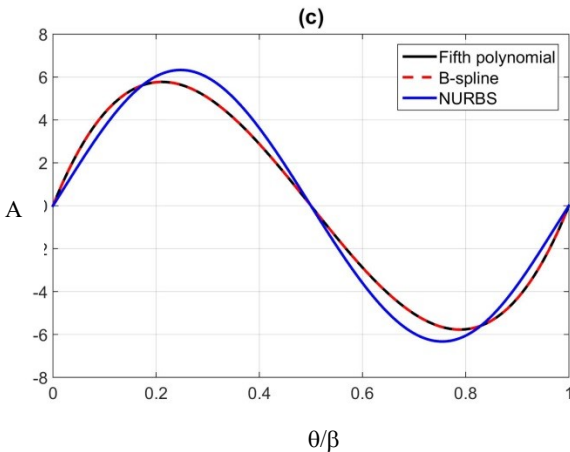
Thiết kế cơ cấu cam với chuyển vị của cần thỏa mãn 6 điều kiện biên bao gồm: 2 điều kiện biên về chuyển vị, 2 điều kiện biên của vận tốc và 2 điều kiện của gia tốc tại điểm đầu và điểm cuối (Hình 5.2a-d);



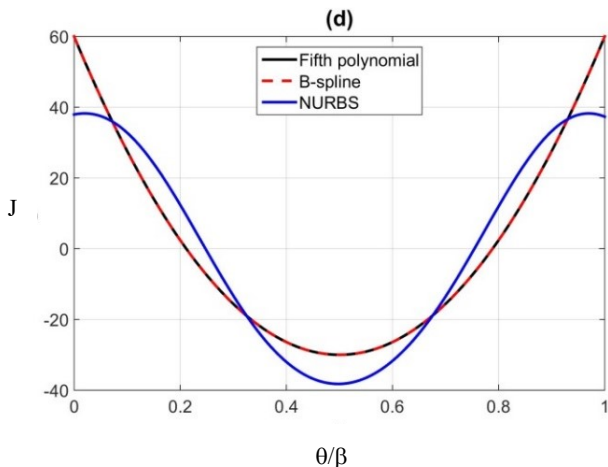
Hình 5.2a. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 5 (fifth polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị chuyển vị.



Hình 5.2b. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 5 (fifth polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị vận tốc.



Hình 5.2c. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 5 (fifth polynomial), B-spline và NURBS: c Đồ thị gia tốc.



Hình 5.2d. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 5 (fifth polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị xung.

Quay trở lại với ví dụ thiết kế cơ cấu cam cho quá trình khoan ở giai đoạn đi xa thỏa mãn 6 điều kiện biên ở hai vị trí điểm đầu và điểm cuối và đã được thảo luận trên phần hàm đa thức bậc 5. Áp dụng đường cong B-spline và NURBS bậc 5 cho thiết kế cơ cấu cam này.

Với 6 điều kiện biên $n = 6$, bậc của đường cong B-spline và NURBS là $p = 5$, nên số phần tử trong vector nút được xác định như sau:

$$m = n + p + 1 = 12$$

Áp dụng phương pháp cách đều để xác định vector nút trong khoảng $[0, 1]$ ta được

$$\mathbf{U} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1\},$$

Và áp dụng giá trị của vectơ trọng số:

$$W = \left\{ \begin{array}{cccc} 1.5126, & 0.9936, & 0.9254, & 0.9562, \\ & 0.9328, & 1.4880 & \end{array} \right\}$$

Đường cong biểu diễn chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung được so sánh giữa các hàm bao gồm hàm đa thức bậc 5, B-spline và NURBS được chỉ ra trên Hình 5.2.

5.3.2. Ví dụ với 8 điều kiện biên

Trong ví dụ này cân nhắc 8 điều kiện biên như đã thảo luận trong phần hàm đa thức bậc 7. Khi sử dụng hàm B-spline và NURBS với số phần tử trong vectơ nút U trong khoảng $[0, 1]$ là $m = 14$ được biểu thị như sau:

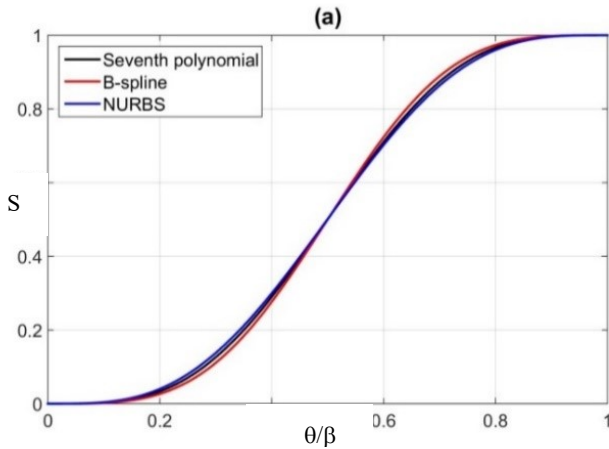
$$U = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

Và đường cong NURBS sử dụng vectơ trọng số:

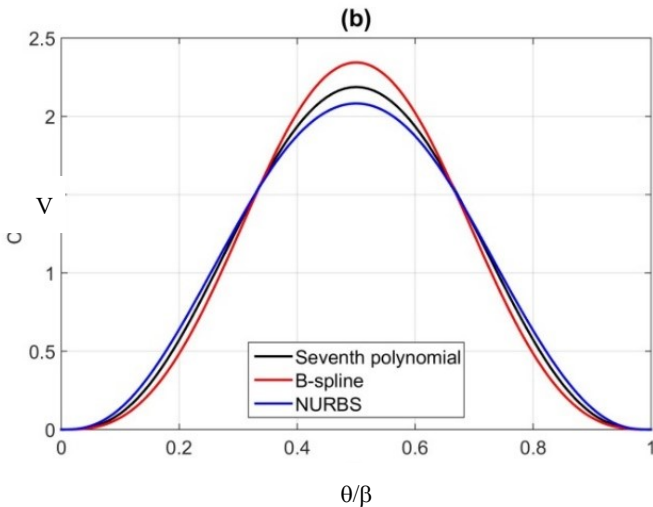
$$W = \left\{ \begin{array}{cccc} 0.3199, & 0.5508, & 0.7300, & 1.1581, & 1.1498, \\ & 0.7696, & 0.5183, & 0.4170 & \end{array} \right\}$$

Đồ thị SVAJ được so sánh bởi 3 hàm bao gồm hàm đa thức bậc 7, hàm B-spline và hàm NURBS được chỉ ra trên Hình 5.3.

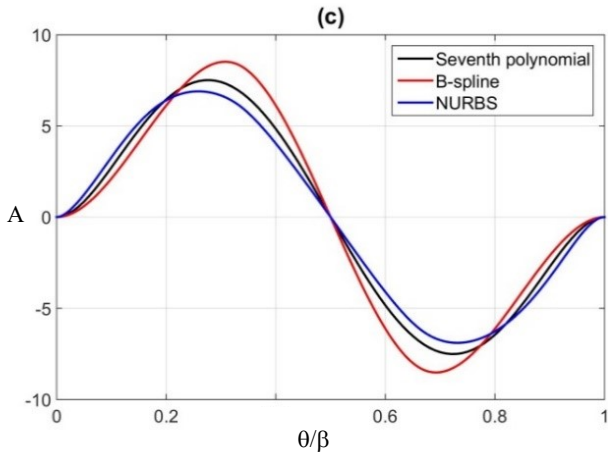
Nhìn vào đồ thị chuyển vị, vận tốc, gia tốc và xung trên Hình 5.3, thấy rằng, đường cong NURBS cho các giá trị về vận tốc, gia tốc và xung tại các điểm cực trị tối ưu hơn cả. Từ đó, người thiết kế có thể lựa chọn được hàm theo mong muốn thiết kế.



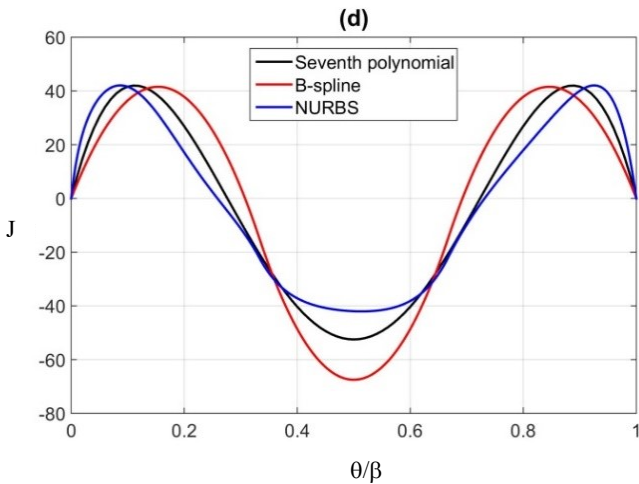
Hình 5.3a. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 7 (seventh polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị chuyển vị



Hình 5.3b. So sánh đồ thị SVAJ của hàm đa thức bậc 7 (7th polynomial), B-spline và NURBS: (b) Đồ thị vận tốc



Hình 5.3c. So sánh đồ thị SVAJ của hàm đa thức bậc 7 (seventh polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị gia tốc



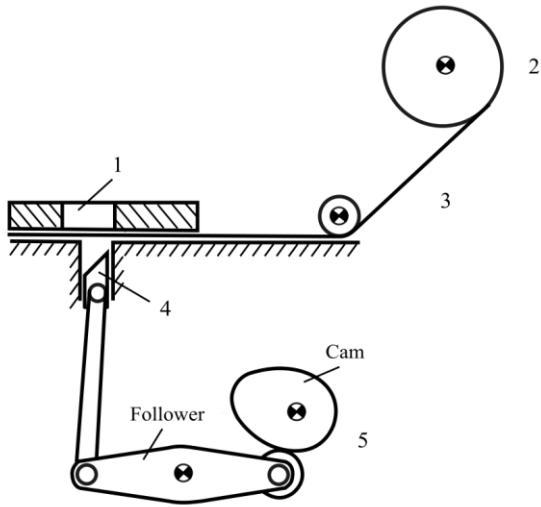
Hình 5.3d. So sánh đồ thị SVAJ của hàm đa thức bậc 7 (seventh polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị xung

5.3.3. Ví dụ với 16 điều kiện biên

Thiết kế cơ cấu cam sử dụng trong máy cắt được cho như Hình 5.4 với 16 điều kiện biên và đồ thị SVAJ được chỉ ra trên Hình 5.5.

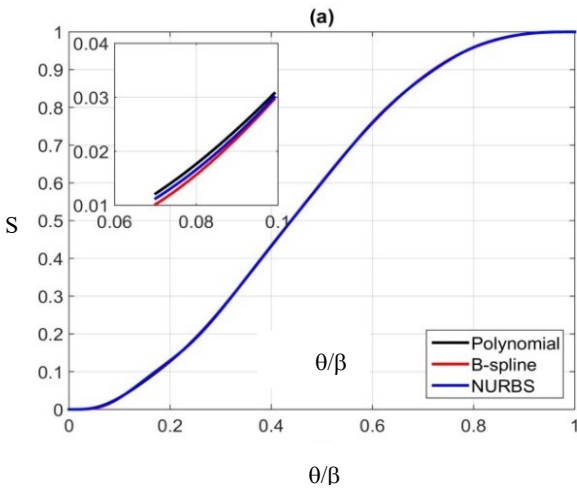
Bảng 5.1. Các điều kiện biên cho cơ cấu cam sử dụng trong máy cắt

Góc quay của cam	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Xung
0	0	0	0	0
0.1111	0.0403	--	--	--
0.2222	0.1533	--	--	--
0.3333	0.3187	--	--	--
0.4444	0.5084	--	--	--
0.5556	0.6926	--	--	--
0.6667	0.8443	--	--	--
0.7778	0.9453	--	--	--
0.8889	0.9920	--	--	--
1	1	0	0	0

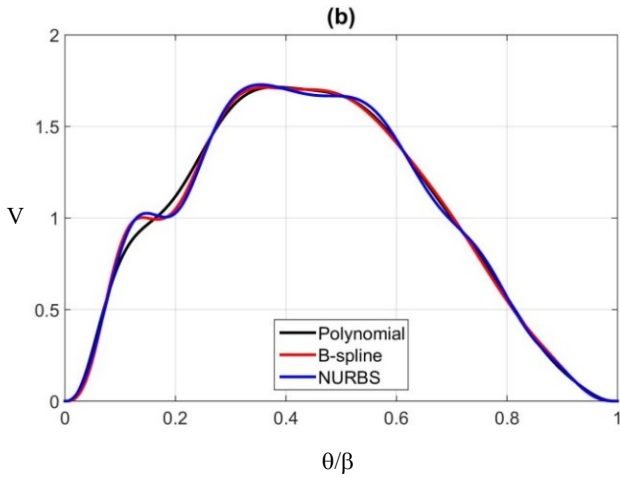


Hình 5.4. Lược đồ máy cắt:

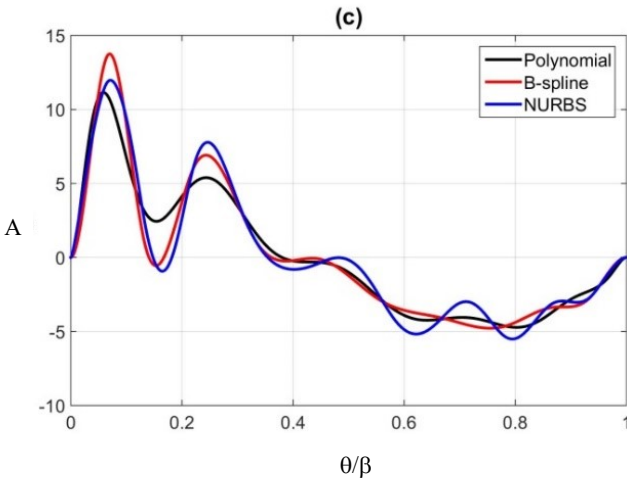
(1) Thiết bị dẫn hướng; (2) Con lăn; (3) Tầm; (4) Dụng cụ cắt; (5) Cơ cấu cam



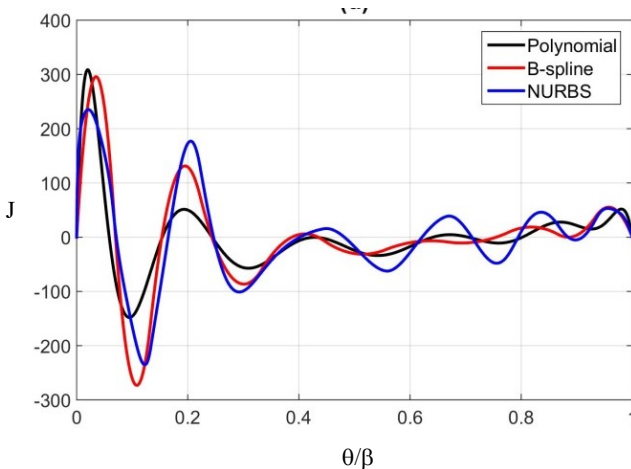
Hình 5.5a. So sánh đồ thị SVAJ của hàm đa thức bậc 7 (polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị chuyển vị



Hình 5.5b. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 7 (polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị vận tốc



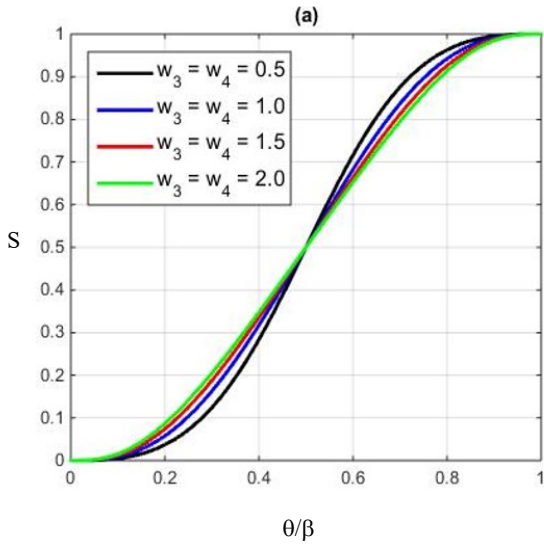
Hình 5.5c. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 7 (polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị gia tốc.



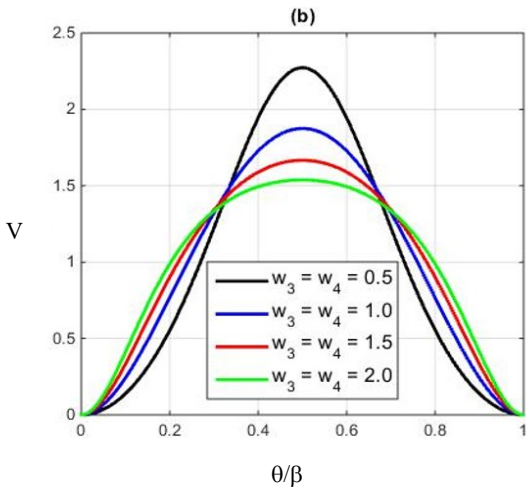
Hình 5.5d. So sánh đồ thị SVAJ của các hàm đa thức bậc 7 (polynomial), B-spline và NURBS: Đồ thị xung

Như đã thảo luận ở trên, khi thay đổi giá trị của trọng số thì đường cong của NURBS sẽ thay đổi. Trên Hình 5.6 biểu diễn một vài trường hợp giá trị của trọng số khác nhau trong trường hợp giai đoạn đi xa thỏa mãn 6 điều kiện biên.

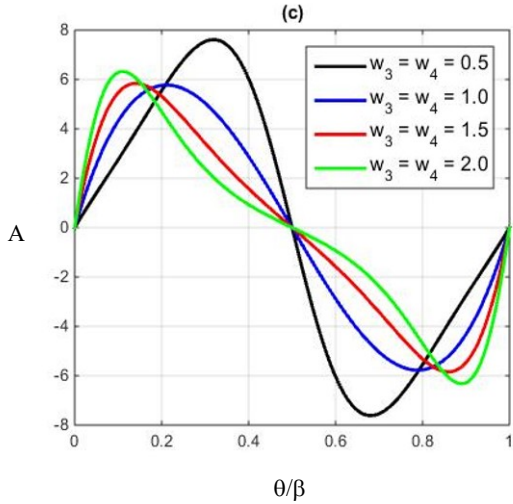
Nhận thấy rằng cả 3 hàm gồm hàm đa thức, hàm B-spline và NURBS đều không hạn chế số điều kiện biên cho thiết kế cơ cấu cam. Từ đồ thị SVAJ của ba dạng hàm này thì hàm đa thức với bậc càng cao thì hay xảy ra dao động. Điều này dẫn đến đồ thị V, A, J sẽ có các giá trị lớn.



**Hình 5.6a. Ảnh hưởng của trọng số đến đồ thị SVAJ:
Chuyển vị**

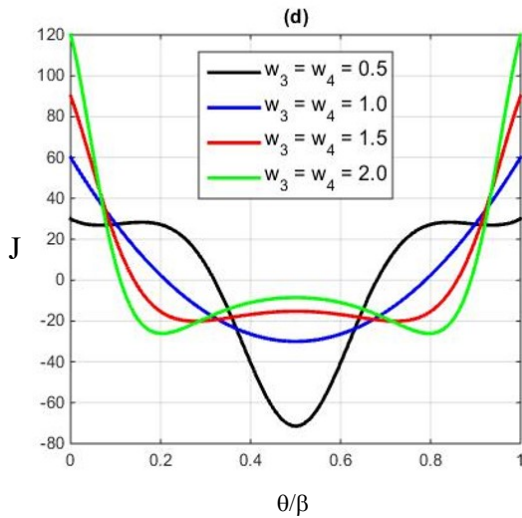


**Hình 5.6b. Ảnh hưởng của trọng số đến đồ thị SVAJ:
Vận tốc**



Hình 5.6c. Ảnh hưởng của trọng số đến đồ thị SVAJ:

Gia tốc



Hình 5.6. Ảnh hưởng của trọng số đến đồ thị SVAJ:

Xung

Để khắc phục điều này thì hàm B-spline và NURBS bậc 5 sẽ giảm được hiện tượng dao động. Đặc biệt đối với hàm NURBS còn có thể điều khiển bởi trọng số để có thể giảm được các giá trị cực trị của đồ thị vận tốc, gia tốc và xung tùy thuộc vào yêu cầu thiết kế.

Chương 6

CÁC THÔNG SỐ HÌNH HỌC CỦA CƠ CẤU CAM

6.1. KÍCH THƯỚC CAM

Sau khi đã lựa chọn được hàm SVAJ, thì bước tiếp theo của thiết kế cam như đã trình bày trên Hình 3.1 là việc lựa chọn các kích thước của cam. Có hai thông số chính ảnh hưởng đến kích thước cam là góc áp lực và bán kính cong của cam. Hai thông số này liên quan đến bán kính vòng tròn cơ sở thực (R_b) khi dùng cho cam với cần đáy bằng và bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết (R_p) khi dùng cam với cần đáy con lăn hoặc đáy dạng cung cong.

6.1.1. Cơ cấu cam với cần đáy con lăn

Góc áp lực:

Khái niệm: Góc áp lực của cơ cấu cam là góc giữa phương chuyển động (phương vận tốc) của cần và phương pháp tuyến chung.

Góc áp lực ϕ được chỉ ra trên Hình 6.1. Phương pháp tuyến chung chính là phương truyền lực từ cam lên cần để truyền chuyển động cho cần. Giả sử lực từ cam tác dụng lên cần theo phương pháp tuyến là F , thì lực theo phương chuyển động của cần sẽ là $F \cos\phi$. Như vậy độ lớn của góc áp lực ảnh hưởng đến khả năng chuyển động của cần. Nếu

$\phi = 0^\circ$ thì tất cả các lực từ cam sẽ truyền chuyển động cho cần; còn nếu $\phi = 90^\circ$ thì lực không truyền được cho chuyển động của cần hay là trường hợp này cần không chuyển động được. Chính vì vậy người ta phải hạn chế góc áp lực: góc áp lực không lớn hơn 30° đối với cần chuyển động tịnh tiến và không lớn hơn 35° đối với cần chuyển động lắc.

Trong Hình 6.1, tâm vận tốc tức thời trong chuyển động tương đối giữa hai khâu cam và cần là $I_{2,4}$ được xác định bởi giao điểm của đường thẳng qua tâm con lăn và vuông góc với phương tiếp tuyến chung và đường thẳng qua tâm cam và vuông góc với phương chuyển động của cần. Vận tốc của điểm $I_{2,4}$ dễ dàng được xác định như sau:

$$V_{I_{2,4}} = b \omega = \dot{y} \quad (6.1)$$

Với \dot{y} là đạo hàm bậc nhất chuyển vị của cần theo thời gian. Do đó:

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} \quad (6.2)$$

Theo phương trình (2.6) trong chương 2 thì

$$\dot{y} = y' \omega \quad (6.3)$$

Từ phương trình (6.1) và (6.3) suy ra:

$$b = y' \quad (6.4)$$

Từ tam giác vuông ACI_{24} trên Hình 6.1, ta có:

$$c = (s + d)\tan\phi \quad (6.5)$$

Và

$$b = (s + d)\tan\phi + \varepsilon \quad (6.6)$$

Từ tam giác CDO_2

$$d = \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2} \quad (6.7)$$

Thay các phương trình (6.4) và (6.7) vào phương trình (6.5), giải tìm được góc áp lực phụ thuộc vào các thông số y , y' , ε và R_p

$$\phi = \arctan \frac{y' - \varepsilon}{y + \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2}} \quad (6.8)$$

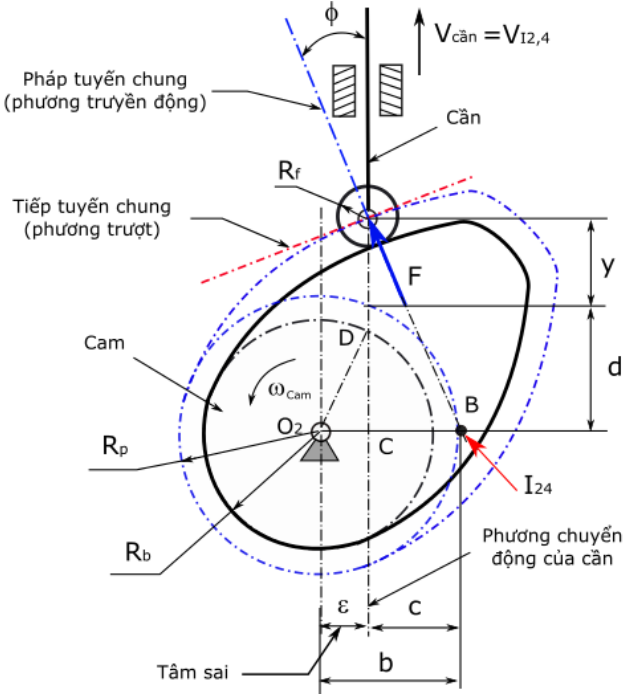
Với ε là độ lệch tâm của tâm cam và phương chuyển động của cần, được gọi là tâm sai.

Nhận thấy rằng, R_p tăng thì ϕ giảm. Tuy nhiên R_p tăng thì làm tăng kích thước của cam do đó tăng giá thành của cam. Thông thường, khi thiết kế cam người thiết kế cần tìm được giá trị hài hòa giữa kích thước của cam và độ lớn góc áp lực.

Ảnh hưởng của tâm sai đến góc áp lực:

Tâm sai ε là dương làm giảm góc áp lực trong giai đoạn đi xa, nhưng làm tăng góc áp lực trong giai đoạn

về gần và ngược lại. Do đó, tâm sai có thể dùng để điều chỉnh góc áp lực của cơ cấu cam.



Hình 6.1. Góc áp lực của cơ cấu cam

Lựa chọn bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết

Việc lựa chọn bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết sẽ ảnh hưởng đến kích thước của cơ cấu cam. Giả thiết rằng các đồ thị SVAJ đã được xây dựng dựa vào đặc điểm thiết kế và yêu cầu đầu ra của cần, thì bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết được chọn với giả thiết ban đầu là tâm sai

bằng 0. Việc lựa chọn này được diễn ra bởi vòng lặp với các bước như sau:

1. Chọn một vài giá trị của R_p
2. Giả thiết: $\varepsilon = 0$
3. Tính góc áp lực ϕ ứng với tất cả các góc quay ($0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$) của cam.
4. Kiểm tra xem tất cả các giá trị của ϕ có thuộc khoảng cho phép không ?
 - Cam cần đẩy: $-30^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$
 - Cam cần lắc: $-35^\circ \leq \phi \leq 35^\circ$
5. Nếu ϕ không thuộc khoảng cho phép thì lặp lại các bước từ 1 đến 4 với giá trị R_p lớn hơn.

Quá trình lặp lại các bước thường được thực hiện bằng một chương trình tính toán tự động trên máy tính.

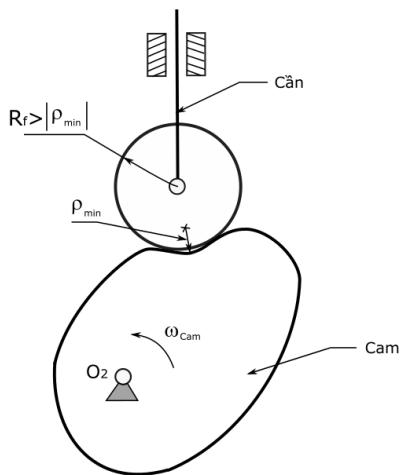
Bán kính cong:

Bán kính cong rất có ý nghĩa trong việc thiết kế cam bởi nó liên quan đến sự tiếp xúc của cam và cần. Bán kính cong được mô tả bằng hàm toán học như sau:

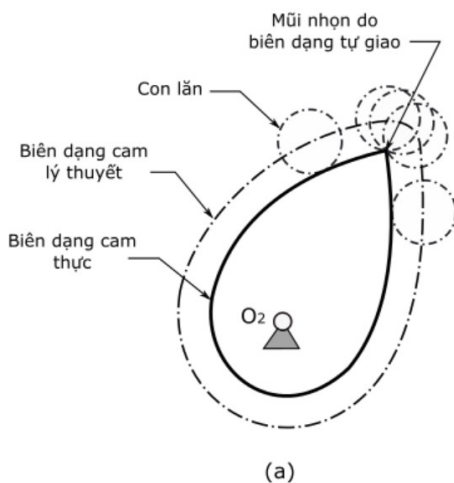
$$\rho_p = \frac{\left[(R_p + y)^2 + y'^2 \right]^{3/2}}{(R_p + y)^2 + 2y'^2 - y''(R_p + y)} \quad (6.9)$$

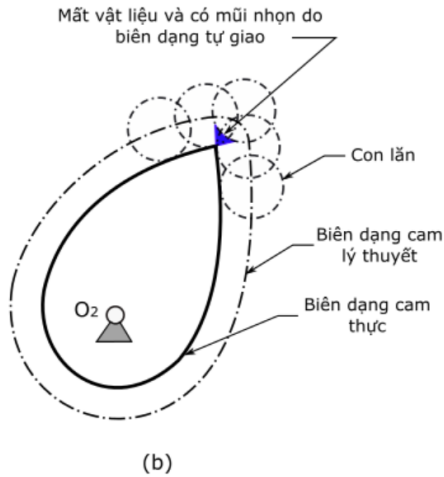
Bán kính cong của biên dạng cam phụ thuộc vào các dạng của cần. Hình 6.2 chỉ ra một trong những vấn đề xảy ra đối với bán kính cong của cam cần đẩy đẩy con lăn. Nếu đường cong biên dạng cam có chỗ lõm mà bán kính của

cần R_f lớn hơn bán kính cong nhỏ nhất tại phần lõm thì việc tiếp xúc giữa cần và biên dạng cam sẽ bị gián đoạn tại phần lõm trên biên dạng cam. Điều này là không mong muốn khi thiết kế cam.



Hình 6.2. Bán kính cong của cam lõm





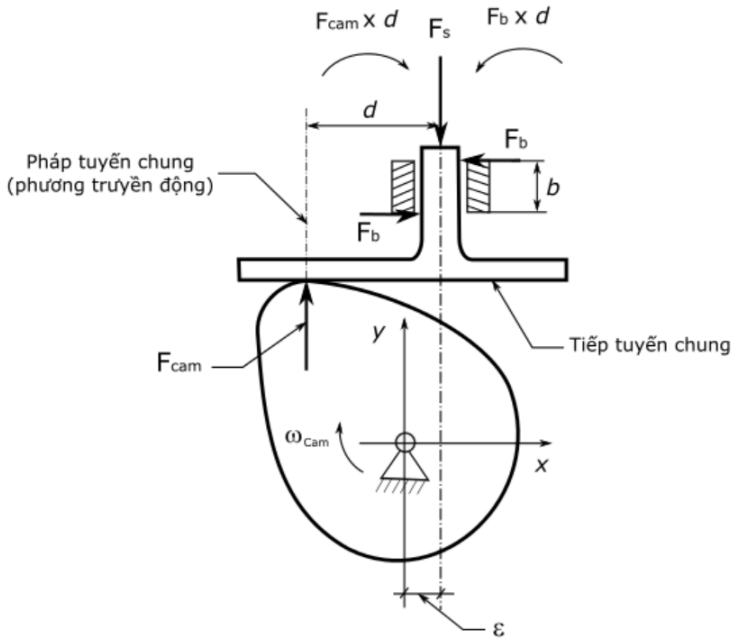
Hình 6.3. Bán kính cong cam lồi

Đối với trường hợp trên Hình 6.3 xảy ra vấn đề là bán kính của con lăn lớn hơn hoặc bằng bán kính cong nhỏ nhất của biên dạng cam lý thuyết (cam lồi) tại một vị trí nào đó thì biên dạng cam tại vị trí đó sẽ bị cắt (undercutting). Nếu bán kính con lăn R_f bằng với bán kính cong nhỏ nhất của biên dạng cam lý thuyết $R_f = \rho_{\min}$ Hình 6.3a, thì biên dạng cam tại vị trí này sẽ bị mũi nhọn do biên dạng tự giao. Còn trong trường hợp bán kính của con lăn R_f nhỏ hơn bán kính cong nhỏ nhất của biên dạng cam lý thuyết $R_f < \rho_{\min}$ như Hình 6.3b, thì biên dạng cam ở vị trí đó sẽ bị mất một phần vật liệu và tạo thành mũi nhọn cũng do biên dạng tự giao.

Để tránh các hiện tượng này thì bán kính cong của biên dạng cam lý thuyết phải ít nhất lớn hơn 2 đến 3 lần bán kính con lăn:

$$\rho_{\min} \geq (2 - 3)R_f \quad (6.10)$$

6.1.2. Cam cần đẩy bằng



Hình 6.4. Mô men lật trong cam cần đẩy đáy bằng

Đối với cam cần đẩy đáy con lăn, góc áp lực luôn bằng 0 ở tất cả mọi vị trí nhìn trên Hình 6.4. Vị trí điểm tiếp xúc giữa cam và cần luôn thay đổi, có thể ở bên trái hoặc bên phải. Như đã biết, tại điểm tiếp xúc đó luôn có lực của cam

tác dụng lên cần. Lực này gây ra mô men làm ảnh hưởng đến khả năng truyền động của cần giống như ảnh hưởng của góc áp lực như cam cần đẩy đáy con lăn ở phần trên. Vì vậy, khi thiết kế cam mong muốn là mô men này nhỏ nhất có thể. Mô men lật có thể được tính:

$$M = F_{cam} \times d = F_b \times b \quad (6.11)$$

Tâm sai ε sẽ ảnh hưởng đến giá trị trung bình của mô men, nhưng giá trị trung bình của sự biến thiên cực đại của mô men không bị ảnh hưởng bởi tâm sai. Góc áp lực không ảnh hưởng gì đến kích thước của cam này, nhưng các yếu tố khác như bán kính cong tối thiểu, chiều rộng bề mặt của cần tiếp xúc với cam. Bán kính cong tối thiểu (trình bày bên dưới) của bề mặt cam phải được giữ đủ lớn để tránh cắt biên dạng cam.

Bán kính cong của cam cần đẩy đáy bằng và chiều rộng bề mặt cần của cần:

Đối với cam cần đẩy đáy bằng thì bán kính cong của biên dạng cam không được phép âm hay biên dạng cam phải luôn lồi. Trên Hình 6.5 chỉ ra cam cần đẩy đáy bằng đang tiếp xúc nhau ở vị trí bất kỳ A, bán kính cong tại điểm tiếp xúc là ρ và tâm cong C. Điểm A được xác định bởi vectơ R_A . R_b như đã biết là bán kính của vòng tròn cơ sở và y là chuyển vị của cần theo góc quay của cam.

Như vậy, chúng ta dễ dàng viết phương trình véc tơ (phương trình chuỗi động kín dưới dạng đại số - số phức):

$$\mathbf{R}_A = x + j(R_B + y) \quad (6.12)$$

Và

$$\mathbf{R}_A = ce^{j(\theta+\alpha)} + j\rho \quad (6.13)$$

Do đó:

$$ce^{j(\theta+\alpha)} + j\rho = x + j(R_B + y) \quad (6.14)$$

Chiều phương trình (6.14) lên hai trục thực và trục ảo:

Trục thực:

$$c \cos(\theta + \alpha) = x \quad (6.15)$$

Trục ảo:

$$c \sin(\theta + \alpha) + \rho = R_B + y \quad (6.16)$$

Bán kính cong ρ và góc α không đổi khi góc quay của cam thay đổi nhỏ. Do đó, đạo hàm phương trình (6.14) theo góc quay của cam ta được:

$$jce^{j(\theta+\alpha)} = \frac{dx}{d\theta} + j\frac{dy}{d\theta} \quad (6.17)$$

Chiều phương trình (6.17) lên hai trục thực và trục ảo ta được:

Trục thực:

$$-c \sin(\theta + \alpha) = \frac{dx}{d\theta} \quad (6.18)$$

Trục ảo:

$$c \cos(\theta + \alpha) = \frac{dy}{d\theta} = y' \quad (6.19)$$

Từ phương trình (6.15) và (6.19) ta có:

$$x = y' \quad (6.20)$$

Biểu thức trong phương trình (6.20) chỉ ra chiều dài của điểm tiếp xúc giữa cam và cần trên bề mặt của cần luôn là một số và bằng vận tốc của cần. Điểm tiếp xúc này di chuyển từ bên trái sang bên phải và ngược lại. Vì vậy chiều rộng bề mặt của cần để duy trì tiếp xúc giữa cam và cần là:

$$\text{Chiều rộng} > y'_{\max} - y'_{\min} \quad (6.21)$$

Đạo hàm phương trình (6.20), ta được

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{dy'}{d\theta} = y'' \quad (6.22)$$

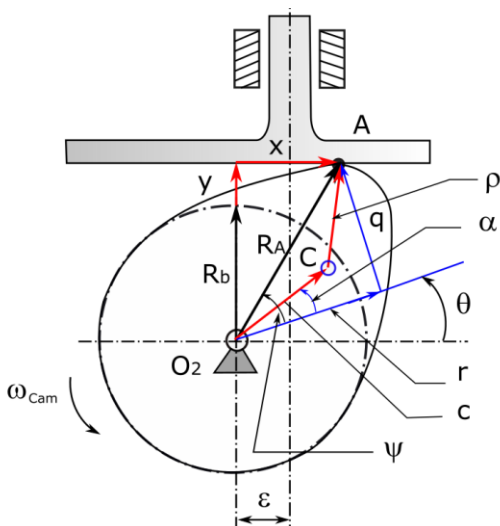
Từ phương trình (6.16), (6.18) và (6.20) dễ dàng tính được bán kính cong của cam được xác định theo biểu thức:

$$\rho = R_b + y + y'' \quad (6.23)$$

Ở đây, chuyển vị của cần và bán kính vòng tròn cơ sở luôn có giá trị dương; giá trị gia tốc có cả giá trị dương và âm. Vì vậy, từ phương trình (6.23) thì hiện tượng cắt biên dạng cam sẽ xảy ra tại chỗ mà gia tốc đạt giá trị âm lớn nhất, ký hiệu là A_{min} và tại vị trí này chuyển vị sẽ là S_{Amin} . Để tránh cắt biên dạng cam thì bán kính cong nhỏ nhất của cam được xác định như sau:

$$\rho_{min} = R_b + S_{Amin} + A_{min} \quad (6.24)$$

Khi thiết kế cam thì bán kính cong nhỏ nhất được coi như thông số thiết kế và được chọn để tính giá trị của bán kính vòng tròn cơ sở R_b .



Hình 6.5. Cam cần đẩy đáy bằng

6.2. BIÊN DẠNG CAM

Biên dạng của cam có thể được xây dựng theo phương pháp vẽ như đã trình bày ở bài toán phân tích trong phần 2.1 trong chương 2. Việc xây dựng biên dạng cam là bài toán ngược của bài toán phân tích, biên dạng cam được xây dựng từ đồ thị chuyển vị của cần. Trong phần này, biên dạng của cam được xác định bằng biểu thức toán học sau khi đã lựa chọn được các thông số cơ bản của cam như: bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết đối với cam con lăn và bán kính vòng tròn cơ sở đối với cam cần đẩy đẩy bằng.

6.2.1. Với cam cần đẩy đẩy con lăn:

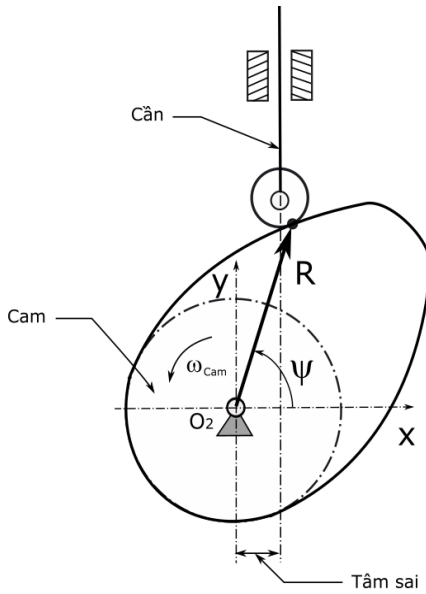
- Phương trình biên dạng cam được mô tả trên hệ tọa độ đề các như sau:

$$\begin{aligned}x &= \left(\sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2 + y} \right) \sin\theta + \varepsilon \cos\theta \\ &\quad + R_f \sin(\phi - \theta) \\ y &= \left(\sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2 + y} \right) \sin\theta + \varepsilon \cos\theta \\ &\quad + R_f \sin(\phi - \theta)\end{aligned} \quad (6.25)$$

- Biên dạng cam trong hệ tọa độ cực:

$$R = \sqrt{\left(\sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2 + y} - R_f \cos\phi \right)^2 + \left(\varepsilon + R_f \sin\phi \right)^2} \quad (6.26)$$

$$\psi = -\theta + \tan^{-1} \frac{\sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2 - R_f \cos \phi}}{\varepsilon + R_f \sin \phi}$$



Hình 6.6. Cam cần đẩy đẩy con lăn

6.2.2. Cam cần đẩy đẩy bằng

Trên hình 6.5 chỉ ra hai vectơ \mathbf{r} và \mathbf{q} vuông góc với nhau được định nghĩa cho hệ tọa độ của điểm tiếp xúc A giữa cam và cần. Hệ tọa độ này quay xung quanh tâm cam. Góc ψ là góc để xác định vị trí của vectơ \mathbf{R}_A trong hệ tọa độ này. Như vậy, dễ dàng viết hai phương trình chuỗi động kín để xác định biên dạng của cam như sau:

$$\mathbf{R}_A = x + j(R_b + y) \quad (6.27)$$

Và

$$\mathbf{R}_A = r e^{j\theta} + q e^{j(\theta+\pi/2)} \quad (6.28)$$

Do đó:

$$r e^{j\theta} + q e^{j(\theta+\pi/2)} = x + j(R_b + y) \quad (6.29)$$

Chia cả hai vế của phương trình (6.29) cho $e^{j\theta}$ ta được

$$r + jq = x e^{-j\theta} + j(R_b + y) e^{-j\theta} \quad (6.30)$$

Chiếu phương trình (6.30) lên hai trục, ta được:

Trục thực:

$$r = (R_b + y) \sin \theta + y' \cos \theta \quad (6.31)$$

Trục ảo:

$$q = (R_b + y) \cos \theta - y' \sin \theta \quad (6.32)$$

Phương trình (6.31) và (6.32) biểu diễn biên dạng của cam cần đẩy đẩy bằng trong hệ tọa độ Đề các.

- Biên dạng cam trong hệ tọa độ cực:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(R_b + y)^2 + (y')^2} \\ \psi &= \frac{\pi}{2} - \theta - \tan^{-1} \frac{y'}{R_b + y} \end{aligned} \quad (6.33)$$

6.3. VÍ DỤ VỀ THIẾT KẾ CAM

Quay lại ví dụ thiết kế cam cho quá trình khoan trong chương 3. Cơ cấu cam này gồm có 4 giai đoạn: đứng gờn,

đi xa, đứng xa và về gần. Bốn giai đoạn này có 4 góc định kỳ bằng nhau, hay $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 90^\circ$.

Cơ cấu cam sử dụng cho quá trình khoan vì vậy khi thiết kế cam nên chọn hàm toán học biểu diễn cho chuyển vị của cần nên có giá trị cực trị của gia tốc và xung nhỏ. Khi giá trị của gia tốc nhỏ thì sẽ làm giảm lực quán tính; còn giá trị của xung nhỏ thì sẽ giảm rung động cho hệ thống cam. Như đã thảo luận trong phần 4.8 trong chương 4 về so sánh các hàm toán học cơ bản, thì hàm đa thức bậc 5 vừa có giá trị gia tốc và xung nhỏ hơn so với so với các hàm khác. Vì vậy trong ví dụ này trong giai đoạn đi xa và về gần lựa chọn hàm đa thức bậc 5 để thiết kế biên dạng cho cơ cấu cam này.

Hàm đa thức bậc 5 trong giai đoạn đi xa và về gần được xác định như đã thảo luận trong phần 4.7, chương 4. Các hệ số của đa thức bậc 5 được xác định từ các điều kiện biên.

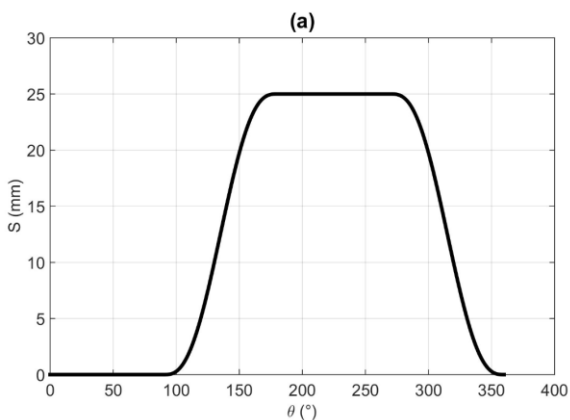
Phương trình biểu diễn giai đoạn đi xa:

$$y = S = 250 \left(\frac{\theta}{\beta_2} \right)^3 - 375 \left(\frac{\theta}{\beta_2} \right)^4 + 150 \left(\frac{\theta}{\beta_2} \right)^5$$

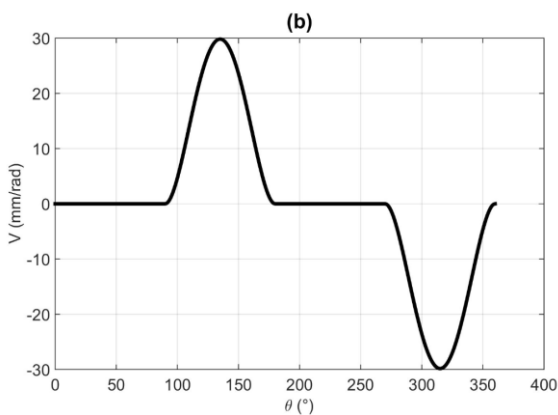
Phương trình biểu diễn cho giai đoạn về gần:

$$y = S = 25 - 250 \left(\frac{\theta}{\beta_4} \right)^3 + 375 \left(\frac{\theta}{\beta_4} \right)^4 - 150 \left(\frac{\theta}{\beta_4} \right)^5$$

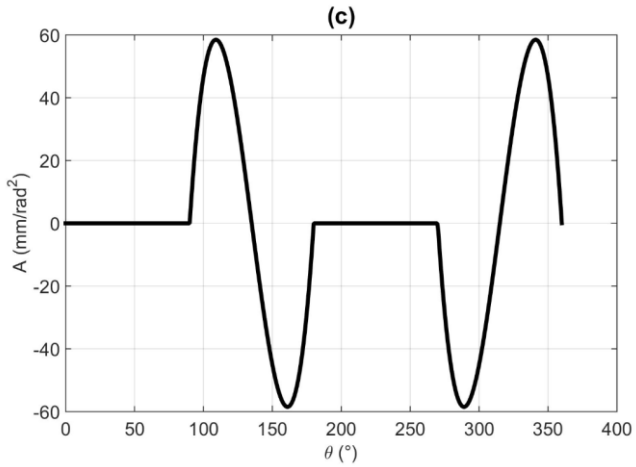
Đồ thị SVAJ của cần được chỉ ra trên Hình 6.7. Thấy rằng các đường cong S, V, A đều là các hàm liên tục. Như vậy thỏa mãn định lý về thiết kế cam.



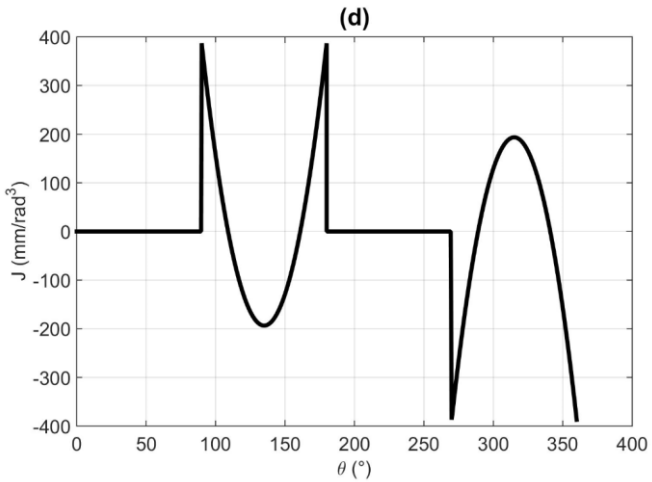
Hình 6.7a. Đồ thị SVAJ của cơ cấu cam cho quá trình khoan: Đồ thị chuyển vị;



Hình 6.7b. Đồ thị SVAJ của cơ cấu cam cho quá trình khoan: Vận tốc



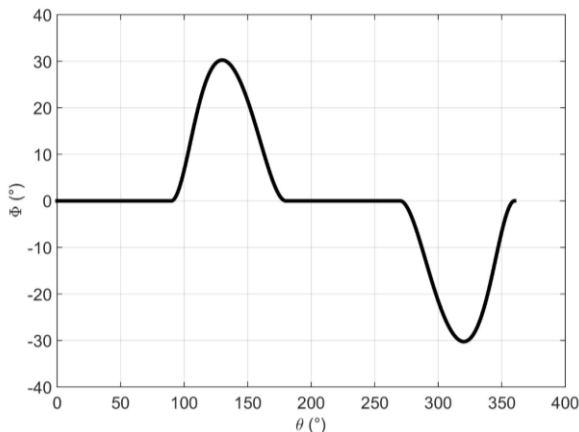
Hình 6.7c. Đồ thị SVAJ của cơ cấu cam cho quá trình khoan: Gia tốc



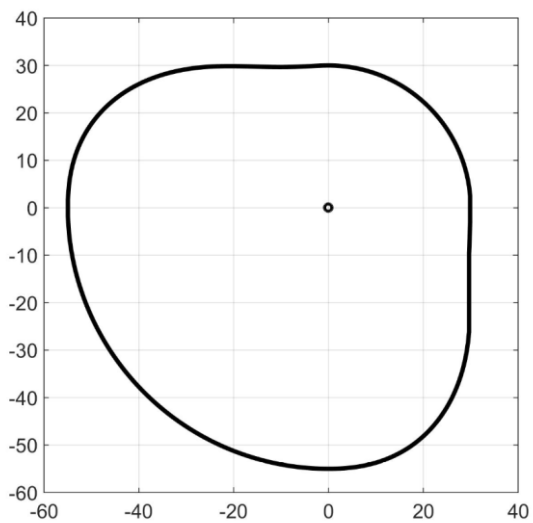
Hình 6.7d. Đồ thị SVAJ của cơ cấu cam cho quá trình khoan: Xung

Để xác định biên dạng cam, với cam cần đẩy đáy con lăn. Trong trường hợp không có gì đặc biệt thì lựa chọn cam chính tâm để tính toán biên dạng, vì vậy $\varepsilon = 0$. Bán kính con lăn $R_f = 5\text{mm}$; bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết $R_p = 40\text{mm}$. Với bán kính này thỏa mãn góc áp lực của cơ cấu cam luôn nhỏ hơn hoặc bằng 30° theo. Vì vậy góc áp lực đảm bảo theo yêu cầu về truyền động của cơ cấu cam. Hình 6.8 biểu diễn góc áp lực trong một vòng quay của cam.

Biên dạng cam dễ dàng xác định dựa vào phương trình (6.25). Biên dạng cam được tính toán và chỉ ra trên Hình 6.9.



Hình 6.8. Góc áp lực của cơ cấu cam



Hình 6.9. Biên dạng của cam

BÀI TẬP

1. Thiết kế cam để chuyển động của cần từ 0 tới 60mm trong 60° , dừng trong 120° , về gần từ 60mm in trong 30° và dừng cho đoạn còn lại. Tổng thời gian cho một chu kỳ quay của cam là 4s. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị và chọn các hàm toán học phù hợp cho giai đoạn đi xa và về gần để gia tốc là nhỏ nhất? Hãy vẽ đồ thị SVAJ?
2. Thiết kế cam với 2 giai đoạn dừng để cần chuyển động từ 0 đến 40mm trong 45° , dừng trong 150° , về gần từ 40mm trong 90° và dừng cho đoạn còn lại. Tổng thời gian cho một chu kỳ là 6s. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị và chọn các hàm toán học phù hợp cho giai đoạn đi xa và về gần để vận tốc là nhỏ nhất? Hãy vẽ đồ thị SVAJ?
3. Thiết kế cam để cần chuyển động từ 0 đến 50mm trong 60° , về gần từ 50mm trong 90° và dừng trong đoạn còn lại. Tổng thời gian cho một chu kỳ quay của cam là 2s. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị và chọn các hàm toán học phù hợp cho giai đoạn đi xa và về gần để gia tốc là nhỏ nhất? Hãy vẽ đồ thị SVAJ?
4. Thiết kế cam để cần chuyển động từ 0 đến 60mm trong 40° , dừng trong 100° , về gần xuống 40mm trong 90° , dừng trong 20° , lại về gần trong 30° và

dừng cho đoạn còn lại. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị và chọn các hàm toán học phù hợp cho giai đoạn đi xa và về gần để vận tốc là nhỏ nhất? Hãy vẽ đồ thị SVAJ?

5. Thiết kế cam với bốn giai đoạn dừng để cần chuyển động từ 0 đến 60mm trong 40° , dừng trong 100° , về gần xuống 40mm trong 90° , dừng trong 20° , tiếp tục về gần xuống 15mm trong 30° , dừng trong 40° , lại tiếp tục về gần từ 15mm trong 30° và cuối đoạn cuối cùng là dừng. Tổng thời gian cho một chu kỳ là 15s. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị và chọn các hàm toán học phù hợp cho giai đoạn đi xa và về gần để gia tốc là nhỏ nhất? Hãy vẽ đồ thị SVAJ?
6. Thiết kế cam cần đẩy đáy con lăn để chuyển động của cần từ 0 đến 50mm trong 180° , sau đó về gần trong 180° . Biết rằng trong giai đoạn đi xa và về gần phương trình chuyển vị của cần sử dụng hàm điều hòa đơn giản. Biết bán kính con lăn là 10mm và bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết là 50mm. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị của cần, biên dạng lý thuyết, biên dạng thực của cam bằng phương pháp trái Hình. Biết rằng cam quay cùng chiều kim đồng hồ.
7. Thiết kế cam cần đẩy đáy con lăn để chuyển động của cần từ 0 đến 50mm trong 120° , dừng trong 120° và về gần trong 120° . Biết rằng trong giai

đoạn đi xa và về gần phương trình chuyển vị của cần sử dụng hàm cycloidal. Biết bán kính con lăn là 10mm và bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết là 50mm. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị của cần, biên dạng lý thuyết, biên dạng thực của cam bằng phương pháp trái Hình. Biết rằng cam quay ngược chiều kim đồng hồ.

8. Thiết kế cam cần đẩy đáy con lăn để chuyển động của cần từ 0 đến 50mm trong 90° , dừng trong 90° , về gần trong 90° và dừng trong 90° . Biết rằng trong giai đoạn đi xa và về gần phương trình chuyển vị của cần sử dụng hàm cycloidal. Biết bán kính con lăn là 10mm và bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết là 50mm. Hãy vẽ biểu đồ chuyển vị của cần, biên dạng lý thuyết, biên dạng thực của cam bằng phương pháp trái Hình. Biết rằng cam quay cùng chiều kim đồng hồ.
9. Thiết kế cam cần đẩy đáy con lăn trong giai đoạn đi xa với hành trình nâng 2 in sử dụng hàm điều hòa đơn giản với góc định kỳ 180° và trong giai đoạn về gần cũng sử dụng hàm điều hòa đơn giản với góc định kỳ còn lại 180° . Biết bán kính con lăn là 0.375 in và bán kính vòng tròn cơ sở lý thuyết là 2 in. Hãy xây dựng đồ thị chuyển vị của cơ cấu cam, sau đó xây dựng biên dạng cam theo chiều quay của cam cùng chiều kim đồng hồ.

10. Xây dựng đồ thị chuyển vị và biên dạng cam của cơ cấu cam cần lắc đáy bằng trong giai đoạn đi xa một góc lắc 30^0 với góc định kỳ 150^0 , quay ngược chiều kim đồng hồ; sau đó ở giai đoạn dừng với định kỳ 30^0 ; giai đoạn về gần là 120^0 ; cuối cùng là giai đoạn dừng với góc định kỳ 60^0 . Hãy xác định chiều dài cần thiết của cần, khoảng hở cho phép 5 mm. Bán kính của vòng tròn cơ sở lý thuyết là 30mm và tâm quay của cần cách tâm cam về bên phải là 120mm.
11. Điều kiện biên của hàm đa thức trong chuyển động của cần là: tại $\theta = 0, y = 0, y' = 0$; tại $\theta = \beta, y = L, y' = 0$. Hãy xác định phương trình chuyển vị của cần và viết phương trình vận tốc, gia tốc và xung. Vẽ đồ thị chuyển vị, vận tốc và gia tốc.
12. Chuyển vị của cần đẩy đáy con lăn của cơ cấu cam thỏa mãn các điều kiện trong bảng dưới:

Góc quay θ (độ)	Hành trình nâng	Hàm
0 – 90	3.0	Cycloidal
90 – 105	0	Dừng
105 - 195	-3.0	Cycloidal
195– 210	0	Dừng

210 - 270	2.0	Điều hòa đơn giản
270 - 285	0	Dừng
285 - 345	-2.0	Điều hòa đơn giản
345 - 360	0	Dừng

Hãy vẽ đồ thị chuyển vị của cần với các thông số đã cho như bảng trên và vẽ biên dạng của cam.

Hãy xác định hành trình của cần tại vị trí $\theta = 0^0$; $\theta = 45^0$. Hãy vẽ đồ thị vận tốc và gia tốc của cần. Tại thời.

13. Cơ cấu cam đĩa cần đẩy đáy con lăn quay với vận tốc góc 300 vòng/ph với giai đoạn đi xa hành trình 75mm và góc định kỳ 180^0 . Hãy tìm bán kính nhỏ nhất của còng tròn cơ sở lý thuyết khi sử dụng hàm điều hòa đơn giản cho giai đoạn đi xa. Hãy xác định góc áp lực
14. Cơ cấu cam đĩa cần đẩy đáy con lăn lệch tâm gồm 4 giai đoạn: giai đoạn dừng với góc định kỳ 60^0 ; giai đoạn đi xa với góc định kỳ 90^0 ; tiếp theo là giai đoạn dừng 120^0 và cuối cùng là giai đoạn về gần 90^0 . Bán kính vòng trong cơ sở cả cam là 40mm, bán kính con lăn là 15mm và khoảng lệch tâm là 20mm. Cho phương trình chuyển động trong giai đoạn đi xa của cần là:

$$y = 40 \left(\frac{\theta}{\pi} + \sin\theta \right)$$

Với y đo bằng mm và θ đo bằng rad.

Hãy bình luận phương trình chuyển động trong giai đoạn đi xa có phù hợp hay không. Tại vị trí $\theta = 120^\circ$, hãy xác định:

- a) Vị trí của điểm tiếp xúc giữa cam (theo hệ tọa độ đề các)
- b) Bán kính cong của cam tại vị trí này.
- c) Góc áp lực của cam. Hãy bình luận về góc áp lực tại vị trí này.

15. Cơ cấu cam cần đẩy đáy con lăn chiều động quay theo chiều kim đồng hồ với tốc độ 400 vòng/phút. Giai đoạn dừng của cam trong 60° , sau đó nó sẽ tăng lên một lượng nâng 2,5 in. Trong 1 in của giai đoạn về gần, thì vận tốc không đổi là -40 in/s. Xác định hành trình và góc quay của cam trong mỗi giai đoạn của cam.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Joseph Edward Shigley, John Joseph Uicker, Jr., Theory of Machines and Mechanisms, McGraw – Hill Book Company, 4rd, 2010.
- [2]. Robert L. Norton, Design of Machinery, McGraw – Hill Book Company, 2nd.
- [3]. David H. Myszka, Machines and Mechanisms: Applied Kinematic Analysis, Prentice Hall, ISBN10: 0-13-215680-2, 4th, 2012.
- [4]. B.V.R. Gupta, Theory of Machines: Kinematics and Dynamics, Publisher I.K. international Pvt, 2010.
- [5]. Nguyen T. T. N.; Kurtenbach S.; Hüsing M.; Corves B., Improving the kinematics of motion curves for cam mechanisms using NURBS In: New Advances in Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics. Mechanisms and Machine Science, 46, 2018.
- [6]. Nguyen T. T. N.; Kurtenbach S.; Hüsing M.; Corves B. Evaluating the knot vector to synthesize the cam motion using NURBS In: Computational Kinematics. Mechanisms and Machine Science, 50, 2018.

- [7]. Nguyen Thi Thanh Nga, Motion Design of Cam Mechanisms by Using Non-Uniform Rational B-Spline, PhD thesis, RWRH Aachen University, 2018
- [8]. Nguyen T.T.N., Kurtenbach S, Hüsing M. and Corves B.: A General Framework for Motion Design of the Follower in Cam Mechanisms by Using Non-Uniform Rational B-Spline, In: Mechanism and Machine Theory, Vol. 137, pp. 374-385, ISSN: 0094-114X, 2019.

TS. NGUYỄN THỊ THANH NGA (Chủ biên)
TS. VŨ THỊ LIÊN; ThS. LÝ VIỆT ANH;
ThS. NGUYỄN MẠNH CƯỜNG; TS. LÊ XUÂN HÙNG

CƠ SỞ TÍNH TOÁN THIẾT KẾ CƠ CẤU CAM

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc - Tổng biên tập: BÙI MINH CƯỜNG

Chịu trách nhiệm nội dung:

TS. NGUYỄN HUY TIẾN

Biên tập: TS. NGUYỄN HUY TIẾN

Sửa bản in: NGUYỄN ANH PHƯƠNG

Họa sỹ bìa: LÊ ANH TUẤN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

70 Trần Hưng Đạo - Hoàn Kiếm - Hà Nội

ĐT: 024 39423171 Fax: 024 3822 0658

Website: <http://www.nxbkhkt.com.vn> Email:

nxbkhkt@hn.vnn.vn

CHI NHÁNH NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

28 Đồng Khởi - Quận 1 - TP. Hồ Chí Minh

ĐT: 028 3822 5062

Đối tác liên kết:

TS. Nguyễn Thị Thanh Nga - Đại học Kỹ thuật CN Thái Nguyên

In 50 bản, khổ 15×21cm, tại Công ty Cổ phần Đầu tư và phát triển
Vietmax.

Địa chỉ: Lô D10-11. Cụm sản xuất làng nghề tập trung xã Tân Triều, huyện
Thanh Trì, TP Hà Nội.

Số ĐKXB: 1699-2023/CXBIPH/01-89/KHKT.

Quyết định xuất bản số: 76/QĐXB-NXBKHKT.

ISBN: 978-604-67-2671-5.

In xong và nộp lưu chiểu năm 2023.