

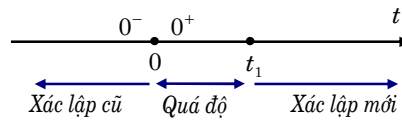
# CHƯƠNG 3

## KHÁI NIỆM VỀ QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ TRONG MẠCH ĐIỆN

### 3.1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 3.1.1 Định nghĩa về quá trình quá độ

Quá trình quá độ trong mạch điện là quá trình mạch điện chuyển từ một trạng thái ban đầu sang một trạng thái xác lập (hay chuyển từ trạng thái xác lập cũ sang trạng thái xác lập mới).



Hình 3.1

#### 3.1.2 Nguyên nhân của quá trình quá độ

Sau khi xảy ra đóng mở, nói chung trong mạch điện thường không thành lập ngay chế độ xác lập được. Đó là do trong mạch điện có những vùng tích trữ năng lượng điện trường (kho điện):  $W_{ĐT} = \frac{1}{2}Cu^2$  và năng lượng từ trường (kho từ):  $W_{TT} = \frac{1}{2}Li^2$ .

Khi thông số và kết cấu của mạch điện thay đổi thì năng lượng trong các kho cũng cần được phân bố lại cho phù hợp với thông số và kết cấu mới. Quá trình phân bố cần một khoảng thời gian - thời gian đó chính là thời gian quá độ.

#### 3.1.3 Ý nghĩa quá trình quá độ

Quá trình quá độ thường xảy ra trong các mạch điện và hệ thống thuộc các lĩnh vực như kỹ thuật điện, vô tuyến điện, đo lường, điều khiển, v.v ... Vì vậy cần phải nghiên cứu để biết rõ trạng thái của hệ thống ở chế độ quá độ hoặc để tìm đáp ứng của mạch điện và hệ thống đối với những kích thích cụ thể hoặc xét ảnh hưởng của các điều kiện đầu. Trong một số trường hợp cần phải xét quá trình quá độ để phòng tránh tác hại của chúng.

**Ví dụ:** Dòng điện quá độ khi đóng các thiết bị điện vào làm việc thường tăng rất lớn ảnh hưởng đến an toàn của thiết bị điện và lưới điện do đó phải tìm cách giảm nhỏ chúng. Trong nhiều trường hợp ta cần phải khống chế để kết thúc sớm quá trình quá độ như quá trình mở máy các động cơ điện, khởi động các nhà máy điện, quá trình dao động của các cơ cấu động trong các dụng cụ đo lường, v.v...

Tóm lại: việc xét quá trình quá độ trong mạch điện là để sử dụng nó hoặc để hạn chế tác hại của nó. Vì vậy, bài toán quá trình quá độ có ý nghĩa thực tiễn và phổ biến.

#### 3.1.4 Điều kiện đầu của bài toán quá độ

Điều kiện đầu (hoặc sơ kiện) của bài toán quá độ là các đáp ứng dòng điện, điện áp trong mạch điện cùng các đạo hàm của chúng đến cấp cần thiết ở lân cận đủ nhỏ ngay sau khi tác động đóng mở xảy ra.

Điều kiện đầu:

$$i_R(0^+); i_L(0^+); i_C(0^+); u_R(0^+); u_L(0^+); u_C(0^+) \\ i'_R(0^+); i'_L(0^+); i'_C(0^+) \dots$$

Điều kiện đầu độc lập:  $i_L(0^+); u_C(0^+)$ .

Điều kiện đầu phụ thuộc: là tất cả các điều kiện đầu khác ngoài điều kiện đầu độc lập.

### **Chú ý:**

1. Về mặt toán học, để tìm đáp ứng quá độ ta cần giải hệ phương trình vi phân mô tả mạch điện, hệ phương trình đó sẽ có vô số nghiệm nếu không có điều kiện đầu, trong khi đó bài toán mạch chỉ có duy nhất một nghiệm. Vì vậy, các điều kiện đầu chính là các thông số giúp ta tìm được nghiệm duy nhất của mạch điện.

2. Về mặt năng lượng, điều kiện đầu độc lập chính là mức năng lượng ở các kho ngay sau khi tác động đóng mở xảy ra. Dòng điện  $i_L$  đặc trưng cho năng lượng của từ thông qua biểu

thức  $W_{\text{TT}} = \frac{1}{2} Li^2$ , điện áp  $u_C$  đặc trưng cho năng lượng của kho điện thông qua biểu thức

$$W_{\text{ĐT}} = \frac{1}{2} Cu^2.$$

- Cấp đạo hàm cần thiết của điều kiện đầu là cấp đủ để tìm nghiệm duy nhất của hệ phương trình vi phân, cấp đạo hàm cần thiết bằng số bậc của phương trình vi phân mô tả mạch điện trừ đi 1 (bậc của phương trình đặc trưng -1).

### **3.1.5 Bài toán chỉnh và bài toán không chỉnh**

1. Bài toán chỉnh: Tất cả các phép đóng mở trong bài toán phải đảm bảo sự biến thiên liên tục của năng lượng trong các kho điện, kho từ.

2. Bài toán không chỉnh: Có chứa phép đóng mở không đảm bảo sự biến thiên liên tục của năng lượng trong các kho điện, kho từ.

### **3.1.6 Các luật đóng mở**

1. Đối với bài toán chỉnh:

a. *Luật đóng mở 1:* Dòng điện qua điện cảm  $i_L$  biến thiên liên tục (tức không gián đoạn) tại thời điểm đóng mở:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) \quad (3.1)$$

b. *Luật đóng mở 2:* Điện áp trên điện dung  $u_C$  biến thiên liên tục (tức không gián đoạn) tại thời điểm đóng mở:

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) \quad (3.2)$$

2. Đối với bài toán không chỉnh

a. *Luật đóng mở 3:* Tổng từ thông mắc vòng trong một vòng kín phải liên tục tại thời điểm đóng mở:

$$\sum L_k i_{L_k}(0^+) = \sum L_k i_{L_k}(0^-) \quad (3.3)$$

b. *Luật đóng mở 4:* Tổng điện tích tại một nút phải liên tục tại thời điểm đóng mở:

$$\sum C_k u_{C_k}(0^+) = \sum C_k u_{C_k}(0^-) \quad (3.4)$$

### **Chú ý:**

1. Khi giải bài toán quá độ, ta chỉ dùng các thời điểm ( $t = 0^-$ ) hoặc ( $t = 0^+$ ). Vì vậy để đơn giản trong biểu diễn ta quy ước bỏ dấu (+) sau chỉ số (0) trong các biểu thức của sơ kiện.

Nghĩa là:  $i_L(0)$  thay cho  $i_L(0^+)$ ,  $u_C(0)$  thay cho  $u_C(0^+)$ .

2. Trong hệ phương trình vi phân tìm điều kiện đầu  $u_C(t)$  được viết:

$$u_C(t) = u_C(0) + \int_0^t i_C dt$$

### **3.1.7 Cách xác định các điều kiện đầu**

#### **1. Các điều kiện đầu độc lập:**

##### **a. Bài toán chỉnh:**

- Giải mạch điện ở chế độ xác lập cũ để tìm:  $i_L(0^-)$ ;  $u_C(0^-)$ .

- Áp dụng luật đóng mở 1 và 2:  $i_L(0) = i_L(0^-)$ ;  $u_C(0) = u_C(0^-)$

##### **b. Bài toán không chỉnh:**

- Giải mạch điện ở chế độ xác lập cũ để tìm:  $i_L(0^-)$ ;  $u_C(0^-)$ .

- Áp dụng luật đóng mở 3 và phương trình Kirchoff 1 cho nút chỉ chứa điện cảm  $L$  để tìm  $i_L(0)$ .

- Áp dụng luật đóng mở 4 và phương trình Kirchoff 2 cho mạch vòng chỉ chứa điện dung  $C$  để tìm  $u_C(0)$ .

#### **2. Các điều kiện đầu phụ thuộc:**

Bước 1: Xác định các điều kiện đầu độc lập  $i_L(0)$  và  $u_C(0)$ .

Bước 2: Viết hệ phương trình vi phân mô tả mạch điện sau thời điểm đóng mở:

$$\begin{cases} \sum_{\text{nút}} i_k(t) = \sum_{\text{nút}} j_k(t) \\ \sum_{\text{vòng}} (R_k i_k + L_k \frac{di_{L_k}}{dt} + u_{C_k}(0) + \frac{1}{C_k} \int_0^t i_{C_k} dt) = \sum_{\text{vòng}} e_k(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Thay  $t = 0$  và các giá trị đã biết của điều kiện đầu độc lập vào hệ phương trình (3.5) ta tìm được các đại lượng  $i_R(0)$ ;  $i_C(0)$ ;  $i'_L(0)$ ...

Bước 3: Đạo hàm hệ phương trình (3.5) ta được:

$$\begin{cases} \sum_{\text{nút}} i'_k(t) = \sum_{\text{nút}} j'_k(t) \\ \sum_{\text{vòng}} (R_k i'_k + L_k i''_k + \frac{1}{C_k} i_{C_k}) = \sum_{\text{vòng}} e'_k(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

Thay  $t = 0$  và các giá trị đã biết vào hệ phương trình (3.6) ta tìm được các đại lượng  $i'_R(0)$ ;  $i'_C(0)$ ;  $i''_L(0)$ ...

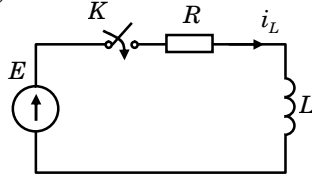
Quá trình cứ thế tiếp tục cho đến cấp thiết.

### 3.2 BÀI TẬP GIẢI MẪU

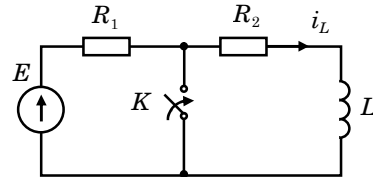
**Bài tập 1:** Các ví dụ về bài toán chỉnh:

**Ví dụ 1:** Nếu đóng mạch điện một cuộn dây điện cảm trước vôn hồ mạch  $i_L(0^-) = 0$  vào một nguồn điện áp như hình 3.1 thì dòng điện ở thời điểm đầu ngay sau khi đóng mạch điện cũng bằng 0.

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0$$



Hình 3.1



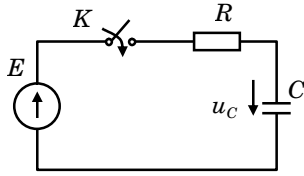
Hình 3.2

**Ví dụ 2:** Nếu ngắn mạch cuộn dây điện cảm trong mạch hình 3.2, trong đó  $E$  là nguồn sức điện động 1 chiều và chế độ trước khi đóng khóa  $K$  là xác lập thì dòng điện qua điện cảm ở thời điểm đầu vẫn giữ giá trị xác lập cũ:

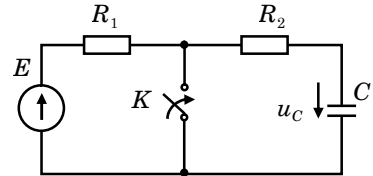
$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

**Ví dụ 3:** Nếu đóng một tụ điện vốn chưa được nạp điện  $u_C(0^-) = 0$  vào một nguồn điện áp 1 chiều hình 3.3 thì điện áp trên điện dung ở thời điểm đầu cũng bằng 0.

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0$$



Hình 3.3

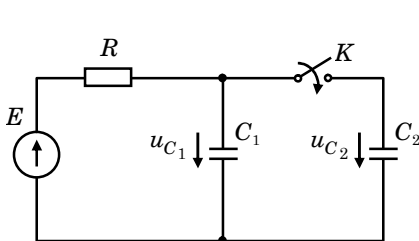


Hình 3.4

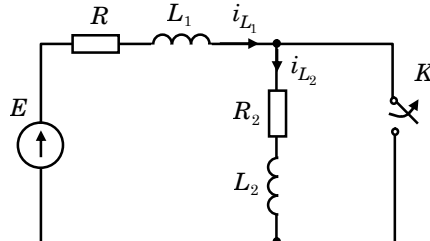
**Ví dụ 4:** Nếu ngắn mạch tụ điện trong mạch hình 3.4, trong đó  $E$  là nguồn sức điện động 1 chiều và chế độ trước khi đóng khóa  $K$  là xác lập thì điện áp trên điện dung ở thời điểm đầu vẫn giữ giá trị xác lập cũ:  $u_C(0^+) = u_C(0^-) = E$

**Bài tập 2:** Các ví dụ về bài toán không chỉnh

**Ví dụ 1:** Trong mạch điện hình 3.5, tại  $t = 0^-$  khi khóa  $K$  chưa mở ta có  $i_{L_1}(0^-) \neq 0$  và  $i_{L_2}(0^-) = 0$ . Khi khóa  $K$  mở ra, tại  $t = 0^+$  theo luật Kirchhoff1 ta có  $i_{L_1}(0^+) = i_{L_2}(0^+)$ . Như vậy bắt buộc các dòng điện  $i_{L_1}$ ;  $i_{L_2}$  phải gián đoạn tại  $t = 0^+$ .



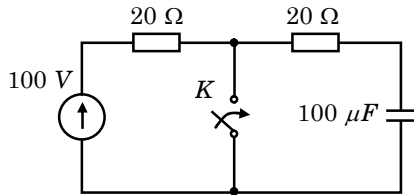
Hình 3.6



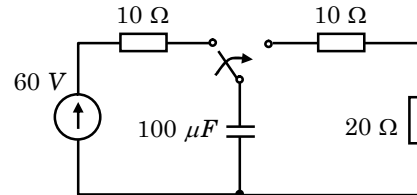
Hình 3.5

**Ví dụ 2:** Trong mạch điện hình 3.6, tại  $t = 0^-$  khi khóa  $K$  chưa đóng ta có  $u_{C_1}(0^-) \neq 0$  và  $u_{C_2}(0^-) = 0$ . Khi khóa  $K$  đóng, tại  $t = 0^+$  tạo thành một vòng mà các nhánh đều chứa điện dung  $C_1$  và  $C_2$ . Theo luật Kirchoff 2 cho vòng tại  $t = 0^+$  bắt buộc phải có  $u_{C_1}(0^+) = u_{C_2}(0^+)$ . Như vậy các điện áp  $u_{C_1}$ ;  $u_{C_2}$  bắt buộc phải gián đoạn tại  $t = 0^+$ .

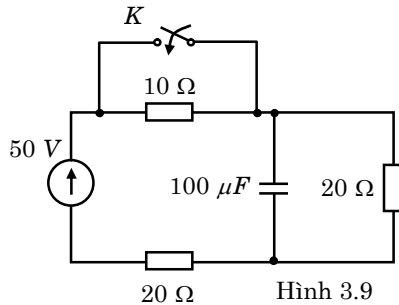
**Bài tập 3:** Vận dụng các luật đóng mở và các luật Kirchoff 1, 2 tính điện áp trên điện dung cùng đạo hàm cấp 1 của nó tại thời điểm đóng mở trong các sơ đồ hình 3.7; 3.8; 3.9; 3.10. Biết các nguồn tác động đều là nguồn 1 chiều, mạch điện ở chế độ trước khi khóa  $K$  đóng mở là chế độ xác lập.



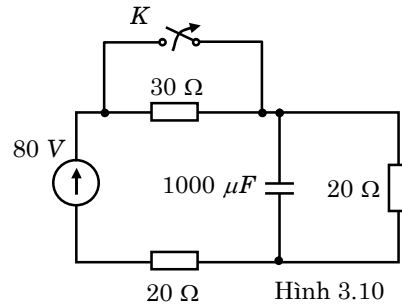
Hình 3.7



Hình 3.8



Hình 3.9



Hình 3.10

**Giải:**

**1. Hình 3.7:** Đây là bài toán chỉnh  $u_C(0) = u_C(0^-) = 100$  (V)

Khi khóa  $K$  đóng sử dụng định luật Kirchoff 2 cho mạch vòng có  $R$  và  $C$ :

$$i_C(t)R + u_C(t) = 0$$

Với:  $i_C = C \frac{du_C}{dt} = Cu'_C \Rightarrow Cu'_C(t)R + u_C(t) = 0$

Thay tại thời điểm  $t = 0$  ta có:  $Cu'_C(0)R + u_C(0) = 0$

$$\Rightarrow 10^{-4}u'_C(0).20 + 100 = 0 \Rightarrow u'_C(0) = -5.10^4 \text{ (V/s)}$$

**2. Hình 3.8:** Đây là bài toán chỉnh  $u_C(0) = u_C(0^-) = 60$  (V)

Khi khóa  $K$  đóng sử dụng định luật Kirchoff 2 cho mạch vòng có  $R$  và  $C$ :

$$i_C(t).10 + i_C(t)20 + u_C(t) = 0$$

Thay tại thời điểm  $t = 0$  ta có:

$$10^{-4}u'_C(0)10 + 10^{-4}u'_C(0)20 + 60 = 0$$

$$u'_C(0) = -2.10^4 \text{ (V/s)}$$

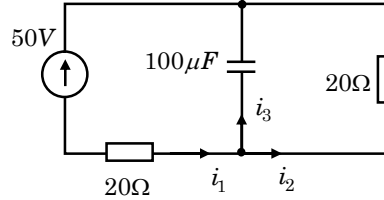
**3. Hình 3.9:** Đây là bài toán chỉnh:

$$u_C(0) = u_C(0^-) = \frac{E}{10 + 20 + 20} 20 = \frac{50}{10 + 20 + 20} 20 = 20 \text{ (V)}$$

Khi khóa  $K$  đóng ta có sơ đồ như hình 3.11.

Chọn chiều dòng điện như hình 3.11 ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 20i_1 + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt = -50 \\ i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ 20i_2 - u_C(0) - \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt = 0 \end{cases}$$



Hình 3.11

Thay tại  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ 20i_1(0) + 20 + 0 = -50 \\ 20i_2(0) - 20 - 0 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ được:  $i_1(0) = -3,5$  (A);  $i_2(0) = 1$  (A);  $i_3(0) = -4,5$  (A)

Từ  $i_3(0) = i_C(0) = -4,5$  (A) tính được:

$$u'_C(0) = \frac{1}{C} i_C(0) = \frac{1}{10^{-4}} (-4,5) = -4,5 \cdot 10^4 \text{ (V/s)}$$

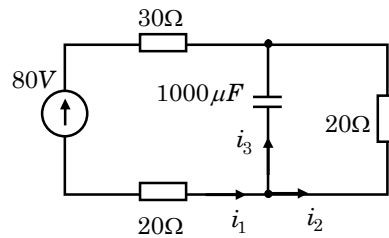
**4. Hình 3.10:** Đây là bài toán chỉnh:

$$u_C(0) = u_C(0^-) = \frac{E}{20 + 20} 20 = \frac{80}{20 + 20} 20 = 40 \text{ (V)}$$

Khi khóa  $K$  mở ta có sơ đồ như hình 3.12.

Chọn chiều dòng điện như hình 3.12 ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 20i_2 - u_C(0) - \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt = 0 \\ i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ 20i_1 + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt + 30i_1 = -80 \end{cases}$$



Hình 3.12

Thay tại  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ 20i_2(0) - 40 - 0 = 0 \\ 20i_1(0) + 40 + 0 + 30i_1(0) = -80 \end{cases}$$

Giải hệ được:

$$i_1(0) = -2,4 \text{ (A); } i_2(0) = 2 \text{ (A); } i_3(0) = -4,4 \text{ (A)}$$

Từ  $i_3(0) = i_C(0) = -4,4$  (A) ta tính được:

$$u'_C(0) = \frac{1}{C} i_C(0) = \frac{1}{10^{-3}} (-4,4) = -4,4 \cdot 10^3 \text{ (V/s)}$$

**Bài tập 4:** Cho mạch điện như hình 3.13 với các thông số:

$$E = 150 \text{ (V)}; R_1 = R_3 = 100 \text{ (\Omega)}; R_2 = 50 \text{ (\Omega)}; L = 100 \text{ (mH)}$$

Trước khi khóa  $K$  đóng mạch điện ở chế độ xác lập, tại thời điểm  $t = 0$  khóa  $K$  đóng. Yêu cầu: Tìm giá trị đầu của dòng điện trong các nhánh và đạo hàm cấp 1 của các dòng điện.

**Giải:**

Đây là bài toán chỉnh:

$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{150}{100 + 50} = 1 \text{ (A)}$$

$$i_2(0) = i_L(0) = 1 \text{ (A)}$$

Khi khóa  $K$  đóng hệ phương trình mô tả mạch điện: (hình 3.13a):

$$\begin{cases} i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) + L i_2'(t) = E \\ R_1 i_1(t) + R_3 i_3(t) = E \end{cases}$$

Thay tại thời điểm  $t = 0$  có:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ 100i_1(0) + 50i_2(0) + 0,1i_2'(0) = 150 \\ 100i_1(0) + 100i_3(0) = 150 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ được: } \begin{cases} i_1(0) = 1,25 \text{ (A)} \\ i_3(0) = 0,25 \text{ (A)} \\ i_2'(0) = -250 \text{ (A/s)} \end{cases}$$

Đạo hàm hệ phương trình và thay tại thời điểm  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1'(0) - i_2'(0) - i_3'(0) = 0 \\ 100i_1'(0) + 50i_2'(0) + 0,1i_2''(0) = 0 \\ 100i_1'(0) + 100i_3'(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình được: } \begin{cases} i_1'(0) = -125 \text{ (A/s)} \\ i_3'(0) = 125 \text{ (A/s)} \end{cases}$$

**Bài tập 5:** Cho mạch điện như hình 3.14 với các thông số:

$$E = 250 \text{ (V)}; R_1 = R_2 = 100 \text{ (\Omega)}; R_3 = 50 \text{ (\Omega)}; L = 1000 \text{ (mH)}; C = 100 \text{ (\mu F)}$$

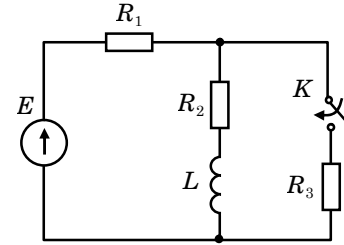
Trước khi khóa  $K$  đóng mạch điện ở chế độ xác lập, tại thời điểm  $t = 0$  khóa  $K$  đóng. Yêu cầu: Tìm giá trị đầu của dòng điện trong các nhánh và đạo hàm cấp 1 của các dòng điện.

**Giải:**

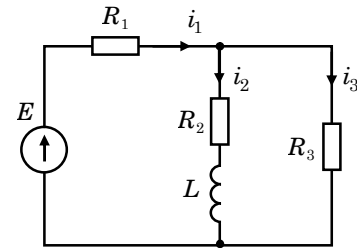
$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{250}{100 + 100} = 1,25 \text{ (A)}$$

$$i_2(0) = i_L(0) = 1,25 \text{ (A)}$$

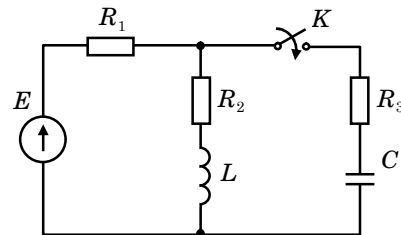
$$u_C(0) = u_C(0^-) = 0 \text{ (V)}$$



Hình 3.13



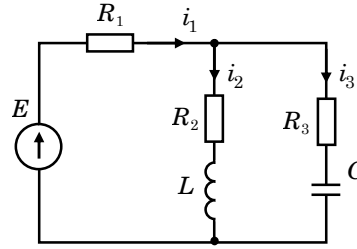
Hình 3.13a



Hình 3.14

Khi khóa  $K$  đóng, chọn chiều dòng điện trong các nhánh như hình 3.14a, theo luật Kirchoff hệ phương trình mô tả mạch điện:

$$\begin{cases} i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ R_1 i_1(t) + R_3 i_3(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt = E \\ R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) + Li_2'(t) = E \end{cases}$$



Hình 3.14a

Thay tại thời điểm  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ 100i_1(0) + 50i_3(0) + 0 = 250 \\ 100i_1(0) + 100i_2(0) + 1i_2'(0) = 250 \end{cases}$$

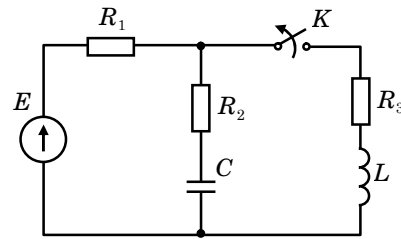
Giải hệ được: 
$$\begin{cases} i_1(0) = 2,08 \text{ (A)} \\ i_3(0) = 0,83 \text{ (A)} \\ i_2'(0) = -83 \text{ (A/s)} \end{cases}$$

Đạo hàm hệ phương trình mô tả mạch điện hình 3.14a và thay tại thời điểm  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1'(0) - i_2'(0) - i_3'(0) = 0 \\ 100i_1'(0) + 50i_3'(0) + \frac{i_3(0)}{C} = 0 \\ 100i_1'(0) + 100i_2'(0) + 1i_2''(0) = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được:

$$\begin{cases} i_1'(0) = -83 \text{ (A/s)} \\ i_3'(0) = 0 \text{ (A/s)} \end{cases}$$



Hình 3.15

**Bài tập 6:** Tìm đủ điều kiện đầu của dòng điện các nhánh trong sơ đồ mạch điện hình 3.15. Biết trước khi khóa  $K$  mở mạch điện ở chế độ xác lập và các thông số cho như sau:

$$\begin{aligned} E &= 300 \text{ (V)}; R_1 = R_2 = 100 \text{ (}\Omega\text{)}; R_3 = 50 \text{ (}\Omega\text{)} \\ L &= 1000 \text{ (mH)}; C = 1000 \text{ (}\mu\text{F)} \end{aligned}$$

**Giải:**

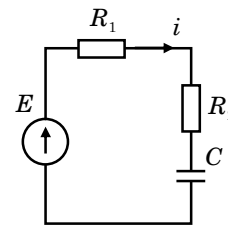
Đây là bài toán chỉnh:

$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{300}{100 + 50} = 2 \text{ (A)}$$

$$u_C(0) = u_C(0^-) = \frac{E}{R_1 + R_3} R_3 = 2.50 = 100 \text{ (V)}$$

Khi khóa  $K$  mở phương trình mô tả mạch điện hình 3.15a:

$$R_1 i + R_2 i + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt = E$$



Hình 3.15a

Thay tại thời điểm  $t = 0$  vào phương trình:

$$100i(0) + 100i(0) + 100 = 300 \Rightarrow i(0) = 1 \text{ (A)}$$



**Bài tập 7:** Tìm đủ điều kiện đầu của các dòng điện trong sơ đồ hình 3.16, biết trước khi khóa  $K$  đóng mạch điện ở chế độ xác lập và có các thông số:

$$u(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ (V)}$$

$$R_1 = 1 \text{ (k}\Omega\text{)}; R_2 = 1,5 \text{ (k}\Omega\text{)}; L = 2 \text{ (H)}$$

**Giải:**

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0 \text{ (A)}$$

$$\text{Phương trình đặc trưng: } (R_1 + R_2)Lp + R_1R_2 = 0$$

Phương trình đặc trưng là bậc nhất đối với  $p$  nên ta chỉ cần tìm điều kiện đầu đến đạo hàm bậc 0 của các dòng điện.

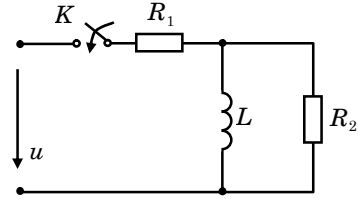
Khi khóa  $K$  đóng hệ phương trình mô tả mạch điện: hình 3.16a.

$$\begin{cases} i_1(t) - i_2(t) - i_L(t) = 0 \\ R_1 i_1(t) + Li'_L(t) = u(t) \\ R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) = u(t) \end{cases}$$

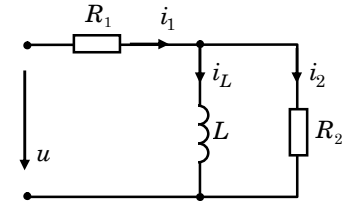
Thay số:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_L(0) = 0 \\ 10^3 i_1(0) + 2i'_L(0) = u(0) = 200 \\ 10^3 i_1(0) + 1,5 \cdot 10^3 i_2(0) = u(0) = 200 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được: } \begin{cases} i_1(0) = i_2(0) = 0,08 \text{ (A)} \\ i'_L(0) = 60 \text{ (A/s)} \end{cases}$$



Hình 3.16



Hình 3.16a

**Bài tập 8:** Tìm đủ điều kiện đầu của dòng điện trong các nhánh ở sơ đồ hình 3.17, biết trước khi khóa  $K$  đóng mở tụ  $C$  chưa được nạp và mạch điện có các thông số:

$$u(t) = 220\sqrt{2} \sin(314t + 135^\circ) \text{ (V)}$$

$$R_1 = 1 \text{ (k}\Omega\text{)}; R_2 = 2,5 \text{ (k}\Omega\text{)}; C = 1000 \text{ (}\mu\text{F)}$$

**Giải:**

$$u_C(0) = u_C(0^-) = 0 \text{ (V)}$$

$$\text{Phương trình đặc trưng: } R_1 R_2 C p + R_1 + R_2 = 0$$

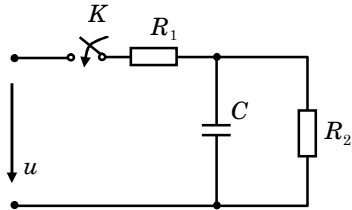
Hệ phương trình:

$$\begin{cases} i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0 \\ R_1 i_1(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt = u(t) \\ R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) = u(t) \end{cases}$$

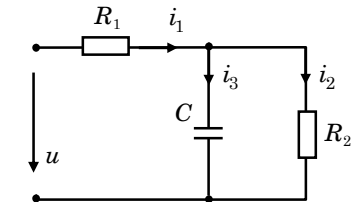
Thay tại thời điểm  $t = 0$ :

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ 10^3 i_1(0) + u_C(0) = 220 \\ 10^3 i_1(0) + 2,5 \cdot 10^3 i_2(0) = 220 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ được: } \begin{cases} i_1(0) = i_3(0) = 0,22 \text{ (A)}; i_2(0) = 0 \text{ (A)} \end{cases}$$



Hình 3.17



Hình 3.17a

**Bài tập 9:** Cho mạch điện như hình 3.18 với các thông số:

$$J = 10 \text{ (A)} \text{ (một chiều)}; R_1 = R_2 = 20 \text{ (}\Omega\text{)}; C = 100 \text{ (}\mu\text{F)}; L = 0,5 \text{ (H)}$$

Biết ở chế độ xác lập cũ khóa  $K$  ở vị trí  $a$ , tại thời điểm  $t = 0$  khóa  $K$  chuyển sang vị trí  $b$ .  
 Tìm đủ điều kiện đầu cho dòng điện qua điện cảm  $L$ .

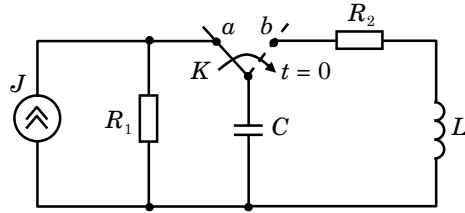
**Giải:**

Khi khóa  $K$  ở vị trí  $a$  ta có:

$$\begin{cases} u_C(0^-) = JR_1 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ (V)} \\ i_L(0^-) = 0 \text{ (A)} \end{cases}$$

Vì bài toán đã cho là bài toán chỉnh nên:

$$\begin{cases} u_C(0^+) = u_C(0^-) = 200 \text{ (V)} \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \text{ (A)} \end{cases}$$



Hình 3.18

Sơ đồ mạch điện khi khóa  $K$  chuyển sang vị trí  $b$ : hình 3.18a.

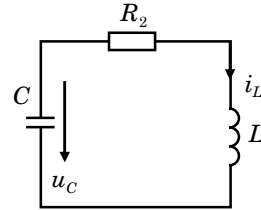
Phương trình đặc trưng:

$$\frac{1}{pC} + Lp + R_2 = 0 \Leftrightarrow LCp^2 + R_2Cp + 1 = 0$$

Phương trình đặc trưng là bậc hai đối với  $p$  nên ta phải tìm điều kiện đầu đến đạo hàm bậc 1 của dòng điện.

Viết phương trình Kirchhoff 2 cho mạch điện hình 3.18a:

$$i_L(t)R_2 + L \frac{di_L(t)}{dt} - u_C(0) - \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt = 0 \quad (\text{chú ý } i_L = i_C)$$



Hình 3.18a

Thay tại thời điểm  $t = 0$ :  $i_L(0)R_2 + L \frac{di_L(0)}{dt} - u_C(0) = 0$

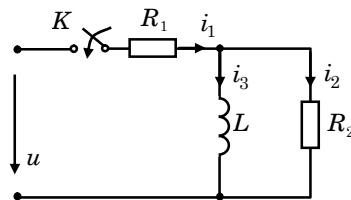
$$\Rightarrow \frac{di_L(0)}{dt} = i_L'(0) = \frac{1}{L} [u_C(0) - i_L(0)R_2] = \frac{1}{0,5} [200 - 0] = 400 \text{ (A/s)}$$

### 3.3 BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Bài tập 1:** Tìm đủ điều kiện đầu của các dòng điện trong sơ đồ hình 3.19, biết trước khi khóa  $K$  đóng mạch điện ở chế độ xác lập và có các thông số:

$$u(t) = 250\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \text{ (V)}$$

$$R_1 = 2 \text{ (k}\Omega\text{)}; R_2 = 3 \text{ (k}\Omega\text{)}; L = 5 \text{ (H)}$$

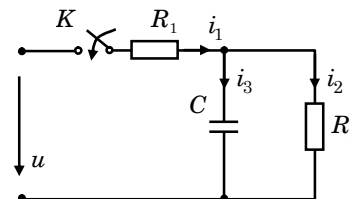


Hình 3.19

**Bài tập 2:** Tìm đủ điều kiện đầu của các dòng điện trong sơ đồ hình 3.20, biết trước khi khóa  $K$  đóng tụ  $C$  chưa được nạp và mạch điện có các thông số:

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \text{ (V)}$$

$$R_1 = 2 \text{ (k}\Omega\text{)}; R_2 = 5 \text{ (k}\Omega\text{)}; C = 7000 \text{ (}\mu\text{F)}$$



Hình 3.20

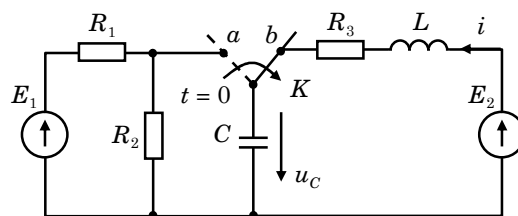
**Bài tập 3:** Cho mạch điện như hình 3.21 với các thông số:

$$E_1 = 100 \text{ (V)} \text{ (một chiều)}, E_2 = 120 \text{ (V)} \text{ (một chiều)}$$

$$R_1 = 9 \text{ (k}\Omega\text{)}, R_2 = 15 \text{ (k}\Omega\text{)}, R_3 = 80 \text{ (}\Omega\text{)}, C = 2 \text{ (}\mu\text{F)}, L = 5 \text{ (mH)}$$

Ở chế độ xác lập cũ khóa  $K$  ở vị trí  $a$ , tại thời điểm  $t = 0$  khóa  $K$  được chuyển sang vị trí  $b$ . Yêu cầu:

1. Tính các điều kiện đầu của dòng điện:  $i(0)$ ,  $i'(0)$ .
2. Tính điều kiện đầu điện áp:  $u_C(0)$ .



Hình 3.21

☞ Các bài tập vận dụng tính điều kiện đầu sẽ được trình bày thêm ở chương 4, 5.