

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHIỆP

BÁO CÁO TỔNG KẾT
ĐỀ TÀI KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CẤP TRƯỜNG

Ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến giá thành hệ dẫn động cơ khí
dùng HGT BR trụ nhiều cấp
Mã số: T2022-B16

Xác nhận của tổ chức chủ trì

KT. HIỆU TRƯỞNG
PHÓ HIỆU TRƯỞNG



S.TS. Vũ Ngọc Pi

Chủ nhiệm đề tài

(ký, họ tên)

Thái Nguyên, 03/2024

THÔNG TIN KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

1. Thông tin chung:

- Tên đề tài: Ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến giá thành hệ dẫn động cơ khí dùng HGT BR trụ nhiều cấp.
- Mã số: T2022-B16
- Chủ nhiệm: TS. Nguyễn Văn Trang
- Cơ quan chủ trì: Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp
- Thời gian thực hiện: Từ 04/2022-04/2023

2. Mục tiêu:

- Mục tiêu của đề tài là đánh giá ảnh hưởng của các thông số thiết kế trong đó có giá thành ổ lăn đến giá thành hệ dẫn động cơ khí dùng HGT BR trụ nhiều cấp.

3. Kết quả nghiên cứu:

- Nghiên cứu tổng quan về thiết kế tối ưu HGT và HGT bánh răng trụ nhiều cấp.
- Thiết kế tối ưu hộp giảm tốc bánh răng trụ nhiều cấp theo mục tiêu giá thành trong đó có giá thành ổ lăn.
- Xây dựng công thức tính TST tối ưu.

4. Sản phẩm:

Sản phẩm khoa học:

01 bài báo đăng tạp chí quốc tế Scopus Q4:

Calculation of Optimal Gear Ratios for a Three-step Helical Gearbox for Getting Minimal Gearbox Cost

Dinh Van Thanh, Tran Huu Danh, Vi Le The Anh, Bui Thanh Danh, Hoang Xuan Tu, and **Nguyen Van Trang**

5. Hiệu quả:

- Kết quả của đề tài có thể sử dụng để xác định ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến giả thành hệ dẫn động cơ khí sử dụng hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp trong thiết kế đồ án môn học Chi tiết máy hoặc trong thực tế thiết kế, sản xuất để đạt được giá thành hộp nhỏ nhất.

Ngày tháng 03 năm 2024

Cơ quan chủ trì

Chủ nhiệm đề tài

KT.HIỆU TRƯỞNG

PHÓ HIỆU TRƯỞNG



GS.TS. Vũ Ngọc Pi

Nguyễn Văn Dũng

INFORMATION ON RESEARCH RESULTS

1. General information:

Project title: The influence of design parameters on the cost of mechanical drive systems using multi-stage cylindrical gear reduction boxes.

Code number: T2022-B16

Coordinator: PhD. Nguyen Van Trang

Implementing institution: Thai Nguyen university of Technology

Duration: from 04/2022 to 04/2023

2. Objective(s): The objective of the project is to evaluate the influence of design parameters, including the cost of rolling bearings, on the cost of a mechanical drive system using a multi-stage cylindrical gear reduction box.

3. Research results:

- Overview study on optimal design of gear reducers and multi-stage cylindrical gear reducers.
 - Optimize design of multi-stage cylindrical gear reduction box according to cost target including bearing cost.
 - Develop a formula to calculate the optimal transmission ratio.
4. Products: Program to calculate phosphorus tube using Matlab software.

4. Products:

Scientific products:

01 article published in international magazine Scopus Q4: *Calculation of Optimal Gear Ratios for a Three-step Helical Gearbox for Getting Minimal Gearbox Cost*

Dinh Van Thanh, Tran Huu Danh, Vi Le The Anh, Bui Thanh Danh, Hoang Xuan Tu, and **Nguyen Van Trang**

5. Effects: The results of the project can be used to determine the influence of design parameters on the cost of a mechanical drive system using a 3-speed cylindrical gear reduction box in the design of the Machine Details subject project or in actually designed and manufactured to achieve the smallest box cost.

MỤC LỤC

THÔNG TIN KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU	1
MỤC LỤC.....	3
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ VÀ BẢNG BIỂU.....	5
CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VỀ TỐI ƯU HÓA HỆ DẪN ĐỘNG CƠ KHÍ.....	1
1.1. Tổng quan về hệ dẫn động cơ khí	1
1.2. Phân tích về hộp giảm tốc	1
1.2.1. Hộp giảm tốc bánh răng trụ.....	2
1.2.2. Hộp giảm tốc bánh răng côn và côn-trụ.....	3
1.3. Giới thiệu về các bộ truyền ngoài	3
1.4. Thiết kế tối ưu hệ dẫn động cơ khí	4
1.5. Kết luận.....	8
CHƯƠNG 2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU HÓA.....	10
2.1. Các phương pháp giải bài toán tối ưu đơn mục tiêu	10
2.1.1. Phương pháp đồ thị.....	10
2.1.2. Phương pháp biến đổi đơn hình.....	10
2.1.3. Phương pháp Gradient (Gradient descent)	11
2.1.4. Phương pháp Lagrange	11
2.1.5. Phương pháp lát cắt vàng.....	12
2.1.6. Phương pháp tìm kiếm trực tiếp	13
2.2. Lựa chọn phương pháp giải bài toán tối ưu đơn mục tiêu	14
CHƯƠNG 3. XÁC ĐỊNH ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THÔNG SỐ ĐẦU VÀO ĐẾN TỶ SỐ TRUYỀN U1 CỦA HỘP GIẢM TỐC BÁNH RĂNG TRỤ 3 CẤP NHẪM ĐẠT GIÁ THÀNH NHỎ NHẤT	15
3.1 Giới thiệu về các hàm mục tiêu	15
3.2 Phương pháp tối ưu hóa để nhằm đạt giá thành hộp giảm tốc nhỏ nhất.....	15
3.2.1 Cách xác định giá thành của 03 cặp bánh trụ răng nghiêng trong hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp.....	15
3.2.2 Xác định khối lượng của vỏ hộp giảm tốc.....	16
3.2.3 Xác định khối lượng của bánh răng.....	17
3.2.4 Xác định khối lượng của trục.....	18
3.2.5 Xác định khoảng cách trục.....	18

3.2.6. Tính giá thành ổ bi	19
3.2.7 Mục tiêu tối ưu hóa	19
3.3 Thiết kế thí nghiệm	19
3.4 Kết quả và bàn luận.....	22
3.4.1 Ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến	22
3.4.2 Xác định phương trình hồi quy để tính toán u_2	24
3.3.3 Đánh giá mức độ phù hợp của mô hình	25
CHƯƠNG 4. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ	28
4.1 Kết luận	28
4.2 Kiến nghị.....	28
TÀI LIỆU THAM KHẢO	29
PHỤ LỤC I. MỘT ĐOẠN CHƯƠNG TRÌNH XÁC ĐỊNH TỈ SỐ TRUYỀN TỐI ƯU SỬ DỤNG PHẦN MỀM MATLAB.....	31

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ VÀ BẢNG BIỂU

Hình 1.1 Sơ đồ các loại hộp giảm tốc bánh răng trụ.....	2
Hình 1.2 Sơ đồ hộp giảm tốc bánh răng côn và côn-trụ.....	3
Hình 1.7 Quan hệ giữa TST các cấp và TST chung của hộp trong.....	7
HGT bánh răng trụ 3 cấp [4].....	7
Hình 2.1 Vector Gradient của $f(x_1, x_2, x_3)$ tại x^*	11
Hình 2.2 Khoảng (x_1, x_2) bao nghiệm	12
Hình 2.3 Bộ ba bao cực đại (x_1, x_2, x_3)	12
Hình 2.4 Các trường hợp nghiệm của $f(x_4)$	13
Hình 2.5 Phương pháp lát cắt vàng	13
Hình 3.1. Sơ đồ tính toán hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp	16
Hình 3.2 Trình tự khai báo biến đầu vào.....	21
Hình 3.3 Ảnh hưởng của các thông số chính đến u_2	22
.....	23
Hình 3.4 Biểu đồ pareto chuẩn hóa ảnh hưởng của các thông số đầu vào và tương tác giữa chúng đến u_2	23
Hình 3.5 Ảnh hưởng của các tương tác tới u_2	24
Hình 3.6 Các biểu đồ phân bố đánh giá phần dư cho u_2	26
Hình 3.8 Đồ thị xác suất về mức độ phù hợp của mô hình thực nghiệm u_2	26
Bảng 1.1 Tỉ số truyền nên dùng và tỉ số truyền giới hạn của một số bộ truyền.....	4
Bảng 3.3 Hệ số ước tính của các thông số đầu vào và tương tác giữa chúng để xác định u_2	25
.....	25

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VỀ TỐI ƯU HÓA HỆ DẪN ĐỘNG CƠ KHÍ

1.1. Tổng quan về hệ dẫn động cơ khí

Trong thực tế sản xuất, chuyển động thường bắt nguồn từ động cơ điện thông qua hệ thống truyền động đến bộ phận công tác. Để nâng cao năng suất và hiệu quả kinh tế, kỹ thuật, động cơ điện xoay chiều kết hợp với hộp giảm tốc thường được sử dụng trong thực tiễn sản xuất. Động cơ được sử dụng là loại động cơ có cấp tốc độ cố định. Tuy nhiên trong thực tế, chuyển động cơ học của các máy thường yêu cầu giá trị công suất và tốc độ ngoài khoảng giá trị tiêu chuẩn đó. Vì vậy, các động cơ điện thường không truyền công suất trực tiếp ngay đến bộ phận công tác mà phải thông qua thiết bị thay đổi công suất và tỉ số truyền. Các thiết bị này được chia thành hộp giảm tốc và các bộ truyền ngoài. Tùy thuộc vào kết cấu cũng như khả năng làm việc, quá trình lựa chọn thiết bị truyền động phù hợp sẽ giúp nhà sản xuất khai thác được tối đa tính năng làm việc của của hệ thống dẫn động.

1.2. Phân tích về hộp giảm tốc

Hộp giảm tốc là một bộ phận trong hệ thống dẫn động, có sử dụng các bộ truyền ăn khớp trực tiếp như bánh răng hoặc trục vít có bố trí trong một tổ hợp biệt lập với các bộ truyền bên ngoài. Với các ưu điểm như tỉ số truyền không đổi, tuổi thọ cao, cách sử dụng đơn giản, hộp giảm tốc sử dụng rộng rãi trong nhiều ngành công nghiệp (cơ khí, luyện kim, công nghiệp đóng tàu ...).

Về cơ bản có thể phân loại hộp giảm tốc sử dụng bộ truyền bánh răng theo các đặc điểm chủ yếu gồm:

- Theo số cấp truyền động: Một cấp, hai cấp, ba cấp ...
- Vị trí tương đối của các trục trong không gian: Nằm ngang, thẳng đứng...
- Theo loại truyền động trong hộp: Hộp giảm tốc bánh răng trụ; hộp giảm tốc bánh răng côn hoặc côn - trụ; hộp giảm tốc trục vít, trục vít - bánh răng hoặc bánh răng - trục vít; ...

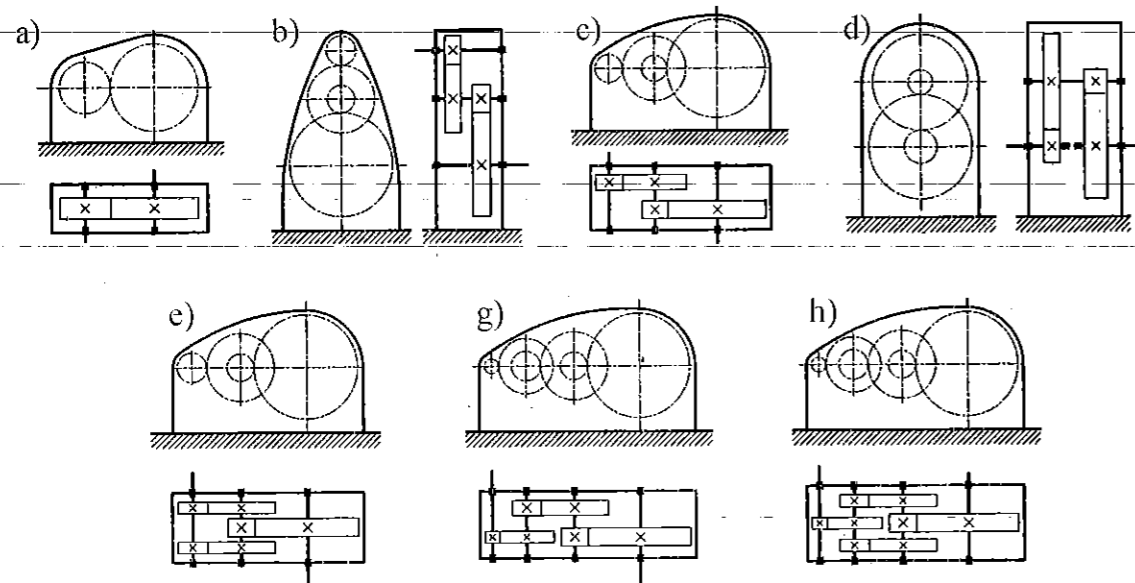
Tùy vào đặc trưng từng loại kết cấu mà mỗi loại hộp giảm tốc sẽ có ưu nhược điểm riêng và có phạm vi sử dụng khác nhau.

1.2.1. Hộp giảm tốc bánh răng trụ

Được dùng rộng rãi do tuổi thọ và hiệu suất cao, kết cấu đơn giản, hộp giảm tốc bánh răng trụ có thể sử dụng trong phạm vi rộng của vận tốc và tải trọng và có thể truyền động giữa các trục song song hoặc đồng tâm với nhau.

Hộp giảm tốc bánh răng trụ được dùng rộng rãi hơn cả do tuổi thọ và hiệu suất cao, kết cấu đơn giản, có thể sử dụng trong một phạm vi rộng của vận tốc và tải trọng.

Loại răng bánh răng trong hộp giảm tốc có thể là răng thẳng, răng nghiêng hoặc răng chữ V. Phần lớn các hộp giảm tốc sử dụng bánh răng nghiêng vì khả năng tải lớn hơn và vận tốc làm việc cao hơn so với các bánh răng thẳng. Do chế tạo phức tạp nên bánh răng chữ V được sử dụng chủ yếu trong các hệ thống yêu cầu truyền tải lớn và không cho phép lực dọc trục lớn tác dụng lên ổ.



Hình 1.1 Sơ đồ các loại hộp giảm tốc bánh răng trụ [1]

Với các hộp giảm tốc bánh răng trụ, các bộ truyền bánh răng sẽ được bố trí theo ba dạng: Sơ đồ khai triển (Hình 1.1 a, b, c, g), sơ đồ đồng trục (Hình 1.1 d) hoặc sơ đồ phân đôi (Hình 1.1 e, h). Trong HGT phân đôi, tại cấp phân đôi, mô men xoắn được tách đôi. Khi đó, khoảng cách trục, chiều dài HGT nhỏ hơn so với hộp khai triển nhưng lại làm tăng chiều rộng HGT.

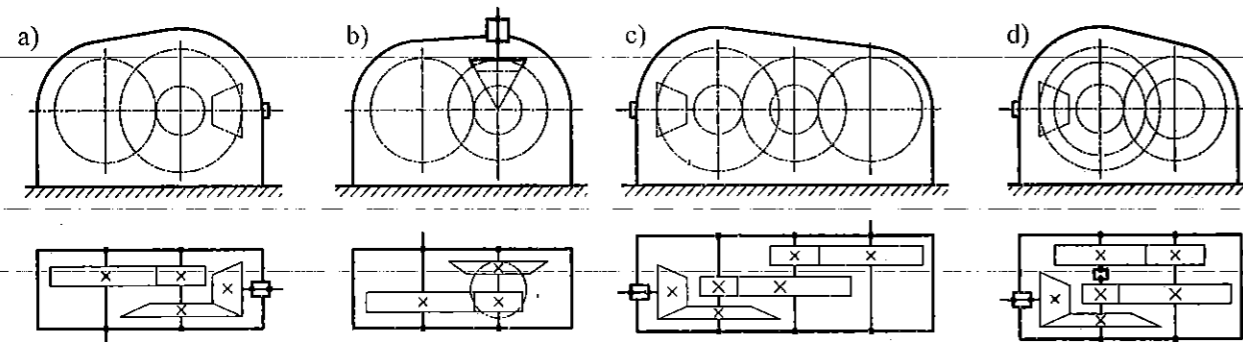
1.2.2. Hộp giảm tốc bánh răng côn và côn-trụ

Hộp giảm tốc bánh răng côn được sử dụng khi cần truyền chuyển động quay giữa các hệ thống có trục đầu vào và trục đầu ra không song song (góc giữa các trục thường là 90°). Trong một số trường hợp với hộp giảm tốc côn-trụ ba cấp thì các cặp bánh răng trụ có thể bố trí dạng sơ đồ khai triển hoặc đồng trục (Hình 1.).

Nhược điểm của hộp giảm tốc bánh răng côn - trụ là :

- Giá thành chế tạo cao (cần có thiết bị để chế tạo bánh răng côn và vỏ hộp).
- Lắp ghép khó khăn (do bộ truyền bánh răng côn rất nhạy với sự không trùng đỉnh của các mặt côn lăn).
- Khối lượng và kích thước lớn hơn so với hộp giảm tốc bánh răng trụ.

Dù có những nhược điểm như vậy, trong một số trường hợp yêu cầu về kết cấu vẫn phải sử dụng được sử dụng trong thực tế do kết cấu máy nhiều khi đòi hỏi các trục vào và ra phải được bố trí vuông góc với nhau.



Hình 1.2 Sơ đồ hộp giảm tốc bánh răng côn và côn-trụ [1]

1.3. Giới thiệu về các bộ truyền ngoài

Các bộ truyền cơ khí ngoài hộp được sử dụng rất đa dạng có thể gồm bộ truyền xích, bộ truyền đai ... Các bộ truyền ngoài thực hiện các chức năng như:

- Đảm bảo truyền động giữa các trục xa nhau, khoảng cách trục không cần chính xác.
- Đảm bảo tỉ số truyền từ động cơ đến bộ phận công tác mà hộp giảm tốc không đảm bảo được (vì tỉ số truyền hộp giảm tốc có giá trị tiêu chuẩn).
- Đề phòng quá tải.
- Giảm rung động từ nguồn truyền công suất vào hệ thống truyền động và bộ phận công tác.

Vì vậy, việc sử dụng bộ truyền ngoài khá quan trọng trong quá trình tính toán và thiết kế các hệ thống cơ khí. Sau đây sẽ giới thiệu về hai loại bộ truyền ngoài thông dụng và được dụng phổ biến nhất trong thực tế: bộ truyền đai và bộ truyền xích.

1.4. Thiết kế tối ưu hệ dẫn động cơ khí

Do được sử dụng trong hầu hết các ngành công nghiệp, việc lựa chọn sử dụng bộ phận truyền động đóng vai trò rất quan trọng.

Bảng 1.1 Tỷ số truyền nên dùng và tỷ số truyền giới hạn của một số bộ truyền [1]

Loại truyền động	Tỷ số truyền nên dùng	Tỷ số truyền giới hạn
Hộp giảm tốc bánh răng trụ:		
- 1 cấp	1,5-8	1 -11
- 2 cấp	8-40	4-60
- 3 cấp	31,5-180	25 - 326
Hộp giảm tốc bánh răng côn 1 cấp	1-5	1-8
Hộp giảm tốc bánh răng côn - trụ	8 - 31,5	6,3 - 40
Hộp giảm tốc trục vít 1 cấp	8-60	6,5 - 80
Hộp giảm tốc trục vít 2 cấp	300-800	42,25 - 3600
Hộp giảm tốc bánh răng - trục vít	20-315	14,6- 480
Hộp giảm tốc trục vít - bánh răng	20-315	14,6- 480
Bộ truyền đai	1,5 - 4	1 - 6
Bộ truyền xích	1,5 - 5	1 - 6

Nếu lựa chọn và đưa ra được phương án sử dụng hộp giảm tốc và bộ truyền ngoài phù hợp có thể đem lại hiệu quả tốt đối với cả hệ dẫn động mà vẫn đảm bảo được yêu cầu làm việc ban đầu như thu gọn kích thước, giảm nhẹ khối lượng hệ, hay giảm thiểu tiết diện ngang, giảm giá thành của toàn bộ hệ thống...

Do vậy việc thiết kế tối ưu cả hệ thống hay thiết kế tối ưu từng bộ phận (hộp giảm tốc và bộ truyền ngoài) có ý nghĩa rất quan trọng.

Tỉ số truyền là thông số đặc trưng cho sự thay đổi tốc độ và mô men xoắn giữa trục đầu vào và trục đầu ra, đây là một trong những đặc tính kỹ thuật quan trọng nhất trong quá trình tính toán thiết kế. Như đã trình bày ở phần 1.1, các bộ truyền và hộp giảm tốc có kết cấu khác nhau thì có phạm vi tỉ số truyền khác nhau (Bảng 1.1).

Tối ưu hóa hộp giảm tốc:

Cho đến nay đã có khá nhiều công trình nghiên cứu về thiết kế tối ưu hộp giảm tốc cũng như thiết kế tối ưu các bộ truyền ngoài hộp. Trong quá trình thiết kế đó, việc phân phối tối ưu tỉ số truyền là nội dung có ý nghĩa quyết định. Thao tác này ảnh hưởng trực tiếp đến tính chất của hộp giảm tốc như kích thước hộp, khối lượng các cặp bánh răng trong hộp, điều kiện bôi trơn... Đặc biệt, khi phân phối tỉ số truyền cho hộp giảm tốc nhiều cấp ta còn cần quan tâm đến loại hộp để có kết cấu hợp lý...

Đã có một số nghiên cứu về tối ưu hóa phân phối tỉ số truyền cho các loại hộp tốc độ tập trung vào các vấn đề: thiết kế và tính toán hộp số [2], ảnh hưởng của tốc độ góc đến hoạt động của hệ thống truyền động đai chữ V [3]. Phân bố lực căng trong nhiều bộ truyền động đai chữ V [4], tính toán tối ưu tỉ số truyền cho hệ dẫn động dùng bộ truyền đai [5]. Tối ưu hóa cấu trúc của bộ truyền xích với các ràng buộc [6], tối ưu hóa các thông số thiết kế của bộ truyền xích [7]. Thiết kế tối ưu hộp tăng tốc bánh răng trụ răng nghiêng hai cấp khai triển dùng cho máy phát điện sức gió trục đứng [8], tính toán phân phối tối ưu tỉ số truyền trong hệ bánh răng n cấp thỏa mãn các ràng buộc về động học và độ bền [9] hay phân phối tỉ số truyền trong hộp giảm tốc trục vít-bánh răng từ một số tiêu chí như thiết kế hộp giảm tốc có khả năng bôi trơn ngâm dầu, hộp giảm tốc có kích thước nhỏ nhất theo chiều dài, hộp giảm tốc có khối lượng nhỏ nhất [10].

Việc phân phối tỉ số truyền cho các loại hộp giảm tốc theo các tiêu chí đầu vào đã được tổng quát hóa và trình bày dạng bảng số và đồ thị tạo thuận lợi cho người thiết kế [1], [2], [5], [8,9,10,11,12,13,14]. Về cơ bản, các yêu cầu thường gặp trong quá trình phân phối tối ưu tỉ số truyền của hộp giảm tốc theo các tiêu chí của nhà sản xuất như:

** Phân phối tỉ số truyền theo yêu cầu gia công vỏ hộp*

Việc thống nhất kích thước vỏ hộp tạo thuận lợi cho việc gia công hộp giảm tốc tiêu chuẩn, từ đó giảm chi phí gia công khuôn và giá thành chế tạo.

Trên cơ sở đó tỉ số của khoảng cách giữa các trục cấp chậm và cấp nhanh được chuẩn hóa để đưa ra phương án phân phối tỉ số truyền.

** Phân phối tỉ số truyền theo yêu cầu bôi trơn*

Bôi trơn cũng đóng một phần không nhỏ trong quá trình thiết kế. Để bôi trơn vùng ăn khớp của các cặp bánh răng trong hộp giảm tốc, người ta tính toán để các bánh lớn được nhúng đều vào dầu và lượng dầu bôi trơn nhỏ nhất. Khi tỉ số đường kính giữa bánh lớn các cấp $d_{wi}/d_{wi}=1$ thì hộp giảm tốc với sơ đồ bố trí trong mặt phẳng nằm ngang sẽ được bôi trơn đồng đều, đồng thời kích thước chiều cao hộp giảm tốc sẽ nhỏ nhất.

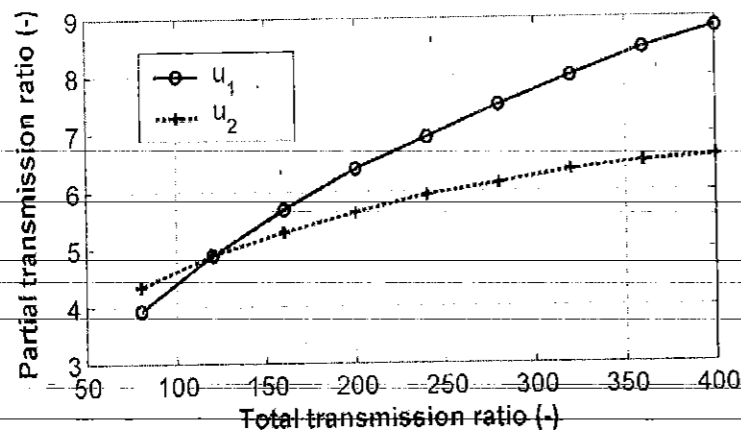
** Phân phối tỉ số truyền theo yêu cầu khối lượng gọn nhẹ*

Với các hộp giảm tốc bánh răng trụ loại nặng thì chỉ tiêu về kích thước và khối lượng lại có ý nghĩa quan trọng. Lúc này nên phân bố tỉ số truyền cho các cấp xuất phát từ điều kiện tổng khoảng cách trục là nhỏ nhất.

Cho đến nay, TST tối ưu của các cấp của HGT được xác định nhờ một trong 3 phương pháp sau: Phương pháp đồ thị, phương pháp “thực tế” và phương pháp mô hình hóa.

Phương pháp đồ thị là phương pháp được sử dụng sớm nhất. Nó đã được áp dụng khá nhiều trong các nghiên cứu trước đây như trong [1], [2] và [9,10]. Trong phương pháp này, TST của các cấp được xác định nhờ đồ thị. Ví dụ trên hình 1.6, TST của các bộ truyền cấp 1 và 2 được xác định theo TST chung của hộp nhờ đồ thị trên hình. Sau khi xác định u_1 và u_2 , TST u_3 của cấp thứ 3 sẽ xác định theo $u_3 = u_1 / (u_1 * u_2)$.

Một phương pháp khác để xác định TST tối ưu của các cấp của HGT là phương pháp “thực tế”. Phương pháp này do G. Milou và các cộng sự [13] đề xuất. Thực chất của phương pháp này là TST tối ưu được xác định dựa trên các kết quả thống kê từ thực tiễn. Ví dụ, từ số liệu của các hãng sản xuất HGT, Milou [13] thấy rằng với HGT bánh răng trụ 2 cấp, khối lượng của HGT là nhỏ nhất khi tỉ số giữa khoảng cách trục của cấp chậm với khoảng cách trục của cấp nhanh nằm trong khoảng 1,4 đến 1,6. Từ nhận xét đó, TST tối ưu của các cấp của HGT đã được đề xuất dưới dạng bảng.



Hình 1.7 Quan hệ giữa TST các cấp và TST chung của hộp trong HGT bánh răng trụ 3 cấp

Phương pháp xác định TST tối ưu của các cấp phổ biến nhất hiện nay là phương pháp mô hình hóa (model method). Nội dung của phương pháp này là xây dựng các công thức để tính toán TST tối ưu dựa trên việc giải các bài toán tối ưu. Các TST tối ưu được xác định theo các hàm mục tiêu khác nhau. Hàm mục tiêu có thể là thể tích của các bánh răng là nhỏ nhất, diện tích tiết diện ngang của HGT là nhỏ nhất, chiều dài của HGT là nhỏ nhất, khối lượng các bánh răng là nhỏ nhất, hoặc khối lượng của HGT là nhỏ nhất [5, 8, 14].

Một số ví dụ cụ thể về phương pháp mô hình hóa như sau:

- Với HGT bánh răng trụ răng nghiêng 2 cấp, TST tối ưu của bộ truyền bánh răng cấp chậm u_2 có thể xác định theo công thức sau nhằm đạt tiết diện ngang của HGT là nhỏ nhất [14]:

$$u_2 = \sqrt[3]{\frac{\psi_{ba2}}{0,96 \cdot \psi_{ba1}} \cdot u_h} \quad (1.1)$$

Với, ψ_{ba1} và ψ_{ba2} là hệ số chiều rộng bánh răng của cấp thứ nhất và cấp thứ 2 của HGT; u_h là TST chung của HGT. Sau khi xác định được TST của bộ truyền cấp chậm u_2 , TST của bộ truyền cấp nhanh sẽ dễ dàng tính được theo $u_1 = u_h / u_2$.

- Với HGT bánh răng trụ răng nghiêng 3 cấp, TST tối ưu của bộ truyền bánh răng các cấp được xác định theo các hàm mục tiêu khác nhau [14]:

+) Với hàm mục tiêu chiều dài của HGT là nhỏ nhất, TST của bộ truyền cấp 2 và cấp 3 xác định theo các công thức sau [14]:

$$u_2 \approx 1.3503 \cdot \frac{K_{C2}^{0.4397}}{K_{C3}^{0.1341}} \cdot \frac{\psi_{ba2}^{0.4398}}{\psi_{ba3}^{0.1342}} \cdot \frac{u_h^{0.2677}}{\psi_{ba1}^{0.3056}} \quad (1.2)$$

$$u_3 \approx 1.3287 \cdot \frac{K_{C3}^{0.4395}}{K_{C2}^{0.3027}} \cdot \frac{\psi_{ba3}^{0.4396}}{\psi_{ba2}^{0.3027}} \cdot \frac{u_h^{0.1201}}{\psi_{ba1}^{0.1373}} \quad (1.3)$$

+) Với hàm mục tiêu diện tích tiết diện ngang của HGT là nhỏ nhất, TST của bộ truyền cấp 2 và cấp 3 xác định theo các công thức sau [14]:

$$u_2 \approx 1.0134 \cdot \frac{K_{c2}^{0.4291}}{K_{c3}^{0.144}} \cdot \frac{\psi_{ba2}^{0.4294}}{\psi_{ba3}^{0.1442}} \cdot \frac{u_h^{0.2848}}{\psi_{ba1}^{0.2853}} \quad (1.4)$$

$$u_3 \approx 1.0269 \cdot \frac{K_{c3}^{0.4279}}{K_{c2}^{0.2854}} \cdot \frac{\psi_{ba3}^{0.428}}{\psi_{ba2}^{0.2854}} \cdot \frac{u_h^{0.1423}}{\psi_{ba1}^{0.1426}} \quad (1.5)$$

+) Với hàm mục tiêu khối lượng bánh răng của HGT là nhỏ nhất, TST của bộ truyền cấp 2 và cấp 3 xác định theo các công thức sau:

$$u_2 \approx 1.3104 \cdot \frac{k_{C2}^{0.3714}}{k_{C3}^{0.0977}} \cdot u_h^{0.2533} \quad (1.6)$$

$$u_3 \approx 2.3417 \cdot \frac{k_{C3}^{0.3455}}{k_{C2}^{0.2492}} \cdot u_h^{0.088} \quad (1.7)$$

Tóm lại, việc lựa chọn hộp giảm tốc phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố: tỉ số truyền chung của cả hộp, yêu cầu và điều kiện làm việc, yêu cầu chế tạo và lắp ghép... Trong đề tài này, tác giả lựa chọn loại hộp giảm tốc bánh răng trụ răng nghiêng-ba cấp để tính toán tối ưu do những ưu điểm đặc biệt của loại hộp này so với các loại hộp giảm tốc khác đã trình bày ở trên.

1.5. Kết luận

Từ phân tích nêu trên dễ thấy rằng, đến nay đã có khá nhiều các nghiên cứu về thiết kế tối ưu hộp giảm tốc cũng như hệ dẫn động cơ khí. Tuy vậy, có rất ít nghiên cứu về quan hệ giữa các thông số thiết kế với giá thành hệ dẫn động cơ khí sử dụng hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp để đạt được giá thành nhỏ nhất. Do vậy nghiên cứu “Ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến giá thành hệ dẫn động cơ khí dùng HGT BR trụ nhiều cấp” là cần thiết.

CHƯƠNG 2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU HÓA

2.1. Các phương pháp giải bài toán tối ưu đơn mục tiêu

Do bài toán tối ưu hóa đã đưa ra điều chỉ yêu cầu tối ưu về khối lượng từ một bộ các kết quả đầu vào nên đây là các bài toán tối ưu hóa đơn mục tiêu nhiều biến số.

Để giải bài toán tối ưu đơn mục tiêu, nhiều phương pháp đã được đề xuất và nghiên cứu. Một số phương pháp thông dụng được sử dụng khá rộng rãi gồm:

* **Bài toán quy hoạch tuyến tính:**

Các bài toán dạng này yêu cầu xây dựng chính xác hàm số đầu ra rồi khảo sát xác định cực trị của hàm số đó, thông thường các bài toán này thường dùng khi hàm đầu vào đơn giản và dễ xác định. Có 2 phương pháp cơ bản để giải bài toán dạng này là phương pháp đồ thị và phương pháp biến đổi đơn hình.

* **Bài toán quy hoạch phi tuyến:**

Các bài toán dạng phi tuyến thường có cấu trúc phức tạp và thường được giải bằng phương pháp kiến thiết nghiệm, nghĩa là xây dựng phương pháp giải bằng thuật toán: Xuất phát từ một giá trị bất kỳ trong miền khảo sát, ta căn cứ hàm mục tiêu để kiểm tra điều kiện tối ưu. Nói chung, bằng cách sử dụng thuật toán, các nghiệm tìm được chỉ mang tính xấp xỉ với độ chính xác cho phép. Phương pháp này thường sử dụng đạo hàm riêng cho các hàm nhiều biến, trong đó *vector Gradient* yêu cầu xác định đạo hàm bậc nhất. *Ma trận Hessian* cần xác định đạo hàm bậc hai. *Khai triển Taylor* có thể sử dụng với hàm một biến hoặc nhiều biến.

2.1.1. Phương pháp đồ thị

Phương pháp đồ thị đưa ra các kết quả dạng đồ thị, có tính trực quan, dễ hiểu, các giá trị tuy nhiên có nhược điểm là phương pháp này chỉ giải được những bài toán đơn mục tiêu có hai biến đầu vào, đồng thời yêu cầu hàm đơn mục tiêu cần giải cũng đã được xây dựng từ trước.

2.1.2. Phương pháp biến đổi đơn hình

Phương pháp này được đưa ra bởi George B. Dantzig vào năm 1947. Đây là phương pháp phổ biến và khá hiệu quả khi giải các bài toán quy hoạch tuyến tính. Với phương pháp này có thể giải bài toán tối ưu với hàm đầu ra đến hàng

ngành biến nhưng cũng yêu cầu hàm đơn mục tiêu đầu vào được xây dựng từ trước.

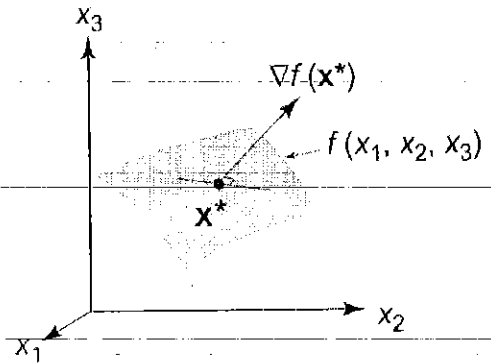
2.1.3. Phương pháp Gradient (Gradient descent)

Phương pháp Gradient được ứng dụng khá rộng trong việc giải các bài toán kỹ thuật bằng việc khảo sát độ dốc của hàm số qua đó xác định cực trị của hàm. Có thể mô tả phương pháp này dạng toán học như sau:

Cho hàm mục tiêu $f(x)$ với n biến: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Khi đó vector Gradient của hàm $f(x)$ tại điểm x^* bất kỳ có dạng $\nabla f(x^*) = \left[\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_n} \right]^T$, với

$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i}$ là các

giá trị đạo hàm riêng của $f(x)$ với biến x_i tại x^* . Vector này sẽ vuông góc với mặt phẳng tiếp tuyến của $f(x)$ tại x^* và chỉ ra độ dốc cũng như xu hướng thay đổi của hàm số (Hình 2.1). Phương pháp này cho phép xác định cực trị nhanh chóng do vector Gradient sẽ chỉ ra hướng tăng hoặc giảm nhanh nhất của hàm mục tiêu tại x^* .



Hình 2.1 Vector Gradient của $f(x_1, x_2, x_3)$ tại x^*

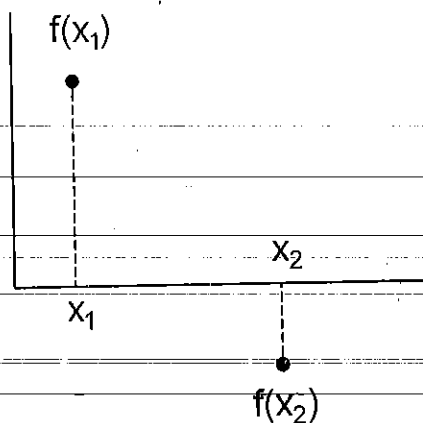
2.1.4. Phương pháp Lagrange

Phương pháp này chuyển từ bài toán tìm cực trị của hàm $f(x)$ thành giải hệ các phương trình đạo hàm riêng của hàm $f(x)$ với từng biến số. Phương pháp Lagrange cũng cho sự hội tụ nhanh, tuy nhiên khi số biến lớn thì rất phương pháp này rất khó để biểu diễn được các đạo hàm dưới dạng giải tích, quá trình giải chậm hơn phương pháp Gradient khi cho cùng số biến đầu vào.

Phương pháp này khá hữu ích. Thực tế, đây là một thuật toán cho nghiệm tối ưu có ràng buộc cho một lớp rộng các bài toán thực tiễn với thuật giải đơn giản, dễ lập trình trên máy.

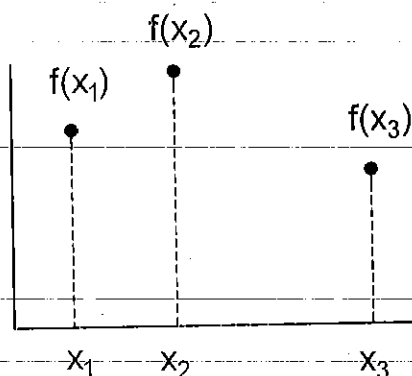
2.1.5. Phương pháp lát cắt vàng

Phương pháp lát cắt vàng rất hiệu quả cho việc tìm cực tiểu của hàm một biến. Nội dung của phương pháp này được miêu tả như sau: Cho trước một hàm $f(x)$ liên tục xác định, giả sử ta cần tìm một nghiệm x^* của f sao cho $f(x^*)=0$. Nếu trong khoảng giá trị của x ta tìm được một giá trị x_1 , sao cho $f(x_1) > 0$ và một giá trị x_2 sao cho $f(x_2) < 0$, thì nghiệm x^* cần tìm sẽ nằm trong khoảng giữa chúng (miễn là f liên tục). Lúc này ta nói x_1 và x_2 bao lấy nghiệm (Hình 2.2)



Hình 2.2 Khoảng (x_1, x_2) bao nghiệm

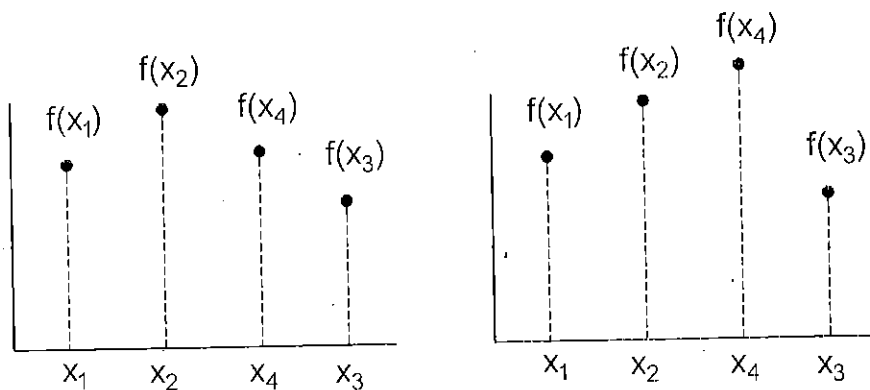
Thuật toán tiếp diễn với việc chọn một giá trị x_3 , ở giữa x_1 và x_2 . Nếu $f(x_3) > 0$ thì ta có thể lập ra một cặp mới (x_3, x_2) bao lấy nghiệm. Nếu $f(x_3) < 0$ thì cặp (x_1, x_3) sẽ bao lấy nghiệm. Bằng cách nào đi nữa thì khoảng bao cũng sẽ được thu hẹp lại và ước đoán của ta về vị trí nghiệm trở nên chính xác hơn.



Hình 2.3 Bộ ba bao cực đại (x_1, x_2, x_3)

Phương pháp lát cắt vàng được tiến hành với bộ ba giá trị như Hình 2.3:

$f(x)$ đã được tính tại ba vị trí x_1, x_2 và x_3 , với x_2 là điểm có giá trị $f(x_2)$ lớn nhất. Nếu $f(x)$ liên tục, thì có ít nhất là một cực trị địa phương giữa x_1 và x_3 , ta kết luận bộ ba (x_1, x_2, x_3) bao lấy một cực đại. Sau đó ta chọn điểm x_4 , rồi tính $f(x_4)$ để khảo sát. Có hai kết quả có thể xảy ra như hình Hình 2.4:



Hình 2.4 Các trường hợp nghiệm của $f(x_4)$

Nếu $f(x_4) < f(x_2)$ (hình bên trái), thì bộ (x_1, x_2, x_4) bao lấy cực đại. Nếu $f(x_4) > f(x_2)$ (hình bên phải), thì (x_2, x_4, x_3) bao lấy cực đại. Dù với cách nào đi nữa thì khoảng bao cũng thu hẹp lại và ước tính giá trị cực đại của x càng chính xác hơn.

Tiếp tục quá trình này nhiều lần ta sẽ tìm được một cực trị địa phương. Để giảm bớt số lần đánh giá thì cách tốt nhất để xác định giá trị của x_4 là sử dụng

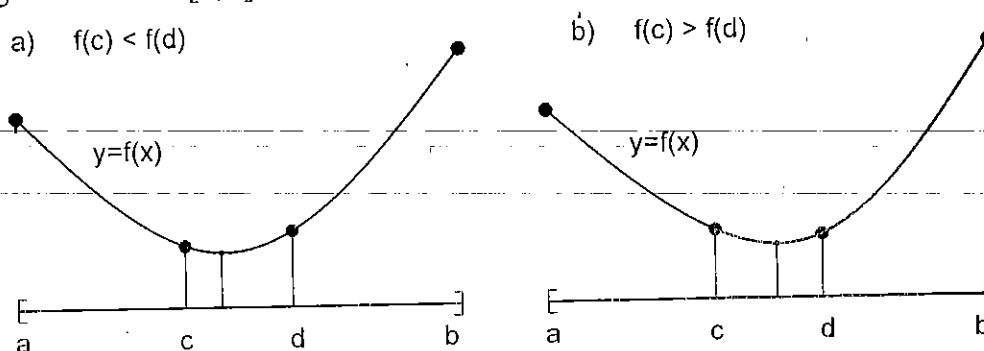
một hệ số gọi là tỉ lệ vàng $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,6180\dots$ Cách sử dụng tỉ lệ này được mô tả

như Hình 2.5:

Nếu hàm $f(x)$ tồn tại cực trị trên $[a, b]$ thì ta có thể tìm giá trị đó có thể xảy ra thay thế khoảng đã cho bằng một khoảng con mà $f(x)$ chứa giá trị cực trị đó. Ta

lấy thêm hai điểm $c = b + \frac{(a-b)}{\varphi}$ và $d = a + \frac{(b-a)}{\varphi}$ rồi so sánh $f(c)$ và $f(d)$. Vì $a < c$

$< d < b$ nên sẽ có hai trường hợp để xét khoảng con khảo sát tiếp theo được chỉ ra trên: Nếu $f(c) < f(d)$, ta chọn khoảng khảo sát $[a, d]$; Nếu $f(c) > f(d)$, chọn khoảng khảo sát là $[c, b]$



Hình 2.5 Phương pháp lát cắt vàng

2.1.6. Phương pháp tìm kiếm trực tiếp

Phương pháp tìm kiếm trực tiếp được đề xuất vào năm 1961 bởi Robert Hooke và T. A. Jeeves [12]. Nội dung của phương pháp này là ở mỗi bước chỉ biến đổi một biến, còn các biến khác để nguyên cho tới khi nào đạt giá trị cực tiểu ứng với miền biến đã thay đổi thì mới đổi biến. (Quá trình này xét cực trị với toàn bộ các giá trị có thể khảo sát của các biến). Đặc điểm của phương pháp này đơn giản, không cần xây dựng hàm đầu ra mà kết quả là tổng hợp từ các phép thay số và biến đổi. Tuy vậy, do phải khảo sát với nhiều biến với các số hạng trung gian nên khảo sát tính hội tụ lâu hơn so với các phương pháp khác.

2.2. Lựa chọn phương pháp giải bài toán tối ưu đa mục tiêu

Qua phân tích và so sánh các phương pháp, tác giả lựa chọn phương pháp Taghuchi kết hợp với phân tích quan hệ xám để giải các bài toán tối ưu. Sở dĩ như vậy là vì phương pháp này cho phép giải đơn giản, dễ thực hiện và tối hoá được nhiều biến. Trên cơ sở sơ đồ giải thuật này, tác giả xây dựng được chương trình con để giải bài toán tối ưu hóa.

CHƯƠNG 3. XÁC ĐỊNH ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THÔNG SỐ ĐẦU VÀO ĐẾN TỶ SỐ TRUYỀN U1 CỦA HỘP GIẢM TỐC BÁNH RĂNG TRỤ 3 CẤP NHẪM ĐẠT GIÁ THÀNH NHỎ NHẤT

3.1 Giới thiệu về các hàm mục tiêu

Với hệ dẫn động cơ khí dùng HGT bánh răng trụ nhiều cấp, khi tính toán thiết kế có nhiều hàm mục tiêu khác nhau. Cụ thể: Giá thành của hộp giảm tốc nhỏ nhất; Chiều dài của hộp giảm tốc nhỏ nhất; Khối lượng của hộp giảm tốc nhỏ nhất; Tiết diện ngang của hộp giảm tốc nhỏ nhất; Hiệu suất của hộp giảm tốc lớn nhất.

Trong các hàm mục tiêu nêu trên, hàm mục tiêu giá thành của hệ dẫn động nhỏ nhất là hàm mục tiêu được nhiều người mong muốn nhất. Tuy nhiên, việc giải bài toán này rất phức tạp và đến nay vẫn chưa có nghiên cứu nào về nó cho hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp. Chính vì vậy, nghiên cứu này đã lựa chọn hàm mục tiêu tiết giá thành của hộp giảm tốc nhỏ nhất để giải bài toán tối ưu.

3.2 Phương pháp tối ưu hóa để nhằm đạt giá thành hộp giảm tốc nhỏ nhất

3.2.1 Cách xác định giá thành của 03 cặp bánh trụ răng nghiêng trong hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp

Trên thực tế, giá thành của ổ bi, bánh răng và trục ảnh hưởng lớn đến giá thành của hộp giảm tốc. Do đó, với một hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp thì giá thành C_{gb} được tính bởi công thức sau:

$$C_{gb} = C_g + C_{gh} + C_s + C_b \quad (3.1)$$

Trong đó, C_{gh} là giá thành của hộp giảm tốc, C_g là giá thành của bánh răng, C_{gh} là giá thành của vỏ hộp, C_s là giá thành của trục và C_b là giá thành của ổ bi và được xác định bởi các công thức sau:

$$C_g = c_{g.m} \cdot m_g \quad (3.1)$$

$$C_{gh} = c_{gh.m} \cdot m_{gh} \quad (3.2)$$

$$C_s = c_{s.m} \cdot m_s \quad (3.3)$$

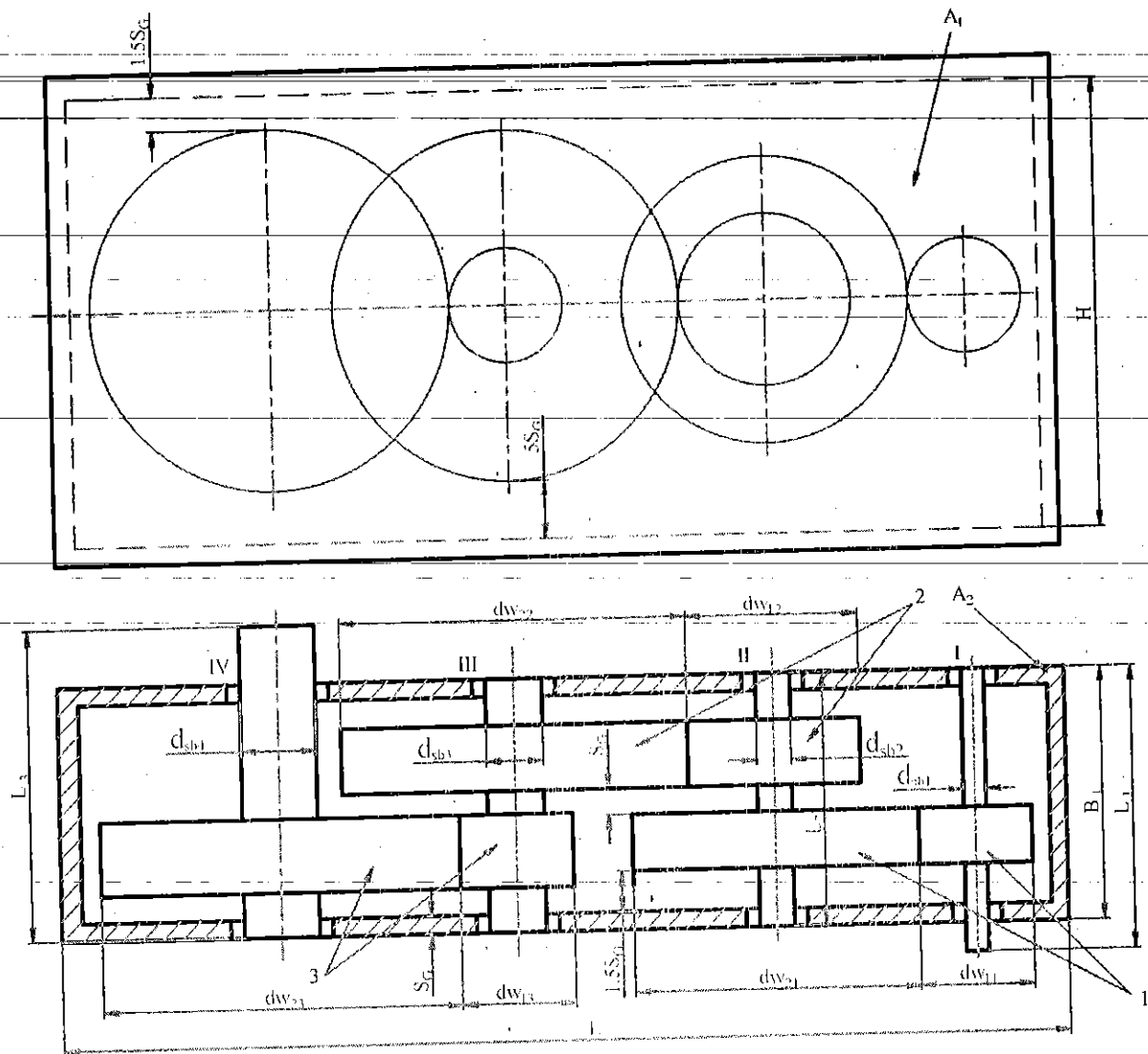
$$C_b = 2 \cdot \sum_{i=1}^n C_{b,i} \quad (3.4)$$

Trong đó, $C_{g,m}$ là giá trên một kg bánh rỗng (USD/kg); m_g là khối lượng của bánh rỗng ở trong hộp giảm tốc (kg).

Trong đó, $c_{gh,m}$, $c_{s,m}$ lần lượt là giá thành của vỏ hộp và trục của hộp giảm tốc (USD/kg) và m_{gh} , m_s (kg) tương ứng là khối lượng của vỏ hộp và trục.

Trong đó, $C_{b,i}$ giá thành ô lăn tại trục thứ i .

3.2.2 Xác định khối lượng của vỏ hộp giảm tốc



Hình 3.1. Sơ đồ tính toán hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp

Khối lượng vỏ hộp (m_{gh}) được xác định bởi:

$$m_{gh} = \rho_{gh} \cdot V_{gh} \quad (3.6)$$

Trong đó, ρ_{gh} là khối lượng riêng của vật liệu làm vỏ hộp (kg/m^3), vật liệu là gang, $\rho_{gh} = 7.2 (\text{kg/dm}^3)$ [15]; V_{gh} là thể tích của vỏ hộp (m^3). Ta xác định theo hình 3.1. Cụ thể:

$$V_{gh} = 2 \cdot V_b + 2 \cdot V_{A1} + 2 \cdot V_{A2} \quad (3.7)$$

Trong đó, thể tích của đáy vỏ hộp V_b (kg); V_{A1} và V_{A2} là thể tích của 2 bên A_1 và A_2 (kg);

$$V_b = L \cdot B_1 \cdot 1.5 \cdot S_G \quad (3.5)$$

$$V_{A1} = L \cdot H \cdot S_G \quad (3.6)$$

$$V_{A2} = B_2 \cdot H \cdot S_G = (B_1 - 2 \cdot S_G) \cdot H \cdot S_G \quad (3.7)$$

Trong đó, L , H , B_1 và S_G được xác định bởi:

Thay (8), (9), và (10) vào (7) ta có:

$$V_{gh} = 3 \cdot L \cdot B_1 \cdot S_G + 2 \cdot L \cdot H \cdot S_G + 2 \cdot (B_1 - 2 \cdot S_G) \cdot H \cdot S_G \quad (3.8)$$

Trong đó, L , H , B_1 và S_G được xác định bởi:

$$L = (d_{w11} + d_{w21}/2 + d_{w12}/2 + d_{w22}/2 + d_{w13}/2 + d_{w23}/2 + d_{w14}/2 + d_{w24} + 20) \quad (3.9)$$

$$H = \max(d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24}) + 6.5 \cdot S_G \quad (3.10)$$

$$B_1 = \max(b_{w1}, b_{w3}) + \max(b_{w2}, b_{w4}) + 6 \cdot S_G \quad (3.11)$$

$$S_G = 0.005 \cdot L + 4.5 \quad (3.12)$$

3.2.3 Xác định khối lượng của bánh răng

Với hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp, khối lượng của bánh răng được xác định bởi:

$$m_g = m_{g1} + m_{g2} + m_{g3} \quad (3.13)$$

Trong đó, m_{g1} , m_{g2} và m_{g3} là khối lượng của cặp bánh răng 1, 2 và 3 (kg). Khối lượng của bánh răng thứ i ($i = 1 \div 3$) được xác định bởi công thức sau:

$$m_{gi} = \rho_g \cdot \left(\frac{\pi \cdot e_1 \cdot d_{w1i}^2 \cdot b_{wi}}{4} + \frac{\pi \cdot e_2 \cdot d_{w2i}^2 \cdot b_{wi}}{4} \right) \quad (3.14)$$

Trong đó, ρ_g là khối lượng riêng của vật liệu làm bánh răng (kg/m^3), với vật liệu là thép, $\rho_g = 7.82$ [15]; e_i hệ số kể đến ảnh hưởng thể tích của cặp bánh răng thứ

nhất; e_2 hệ số kể đến ảnh hưởng thể tích của cặp bánh răng thứ hai; Ta lấy $e_1 = 1$, $e_2 = 0.6$ [1]; b_{wi} là bề rộng vành răng bánh một (mm), $b_{wi} = X_{bai} \cdot a_{wi}$

3.2.4 Xác định khối lượng của trục

Khối lượng của trục (m_s) được xác định bởi công thức:

$$m_s = \sum_{i=1}^4 m_{si} \quad (3.15)$$

In which, m_{si} is the mass of shaft i ($i = 1 \div 4$) which can be found by:

$$m_{si} = \rho_s \cdot \pi \cdot d_{si}^2 \cdot l_{si} / 4 \quad (3.16)$$

Trong đó, m_{si} là khối lượng của trục thứ i (kg); ρ_s là khối lượng riêng của vật liệu làm trục; $\rho_{gh} = 7.2$ (kg/m³) [15]; l_{si} là chiều dài của trục thứ i ($i = 1 \div 4$) (Hình 3.1):

$$l_{s1} = B_1 + 1.2 \cdot d_{s1} \quad (3.17)$$

$$l_{s2} = l_{s3} = B_1 \quad (3.18)$$

$$l_{s4} = B_1 + 1.2 \cdot d_{s4} \quad (3.19)$$

Thêm nữa, d_{si} là đường kính của trục thứ i ($i = 1 \div 4$):

$$d_{si} = [T_{1i} / (0.2 \cdot [\tau])]^{1/3} \quad (3.20)$$

In which, $[\tau] = 17$ (MPa) is the allowable shear stress [1].

3.2.5 Xác định khoảng cách trục

Khoảng cách trục thứ i được xác định bởi [1]:

$$a_{wi} = k_a \cdot (u_i + 1) \cdot \sqrt[3]{T_{1i} \cdot k_{H\beta} / ([\sigma_{Hi}]^2 \cdot u_i \cdot X_{bai})} \quad (3.21)$$

Trong đó,

- $k_{H\beta}$ Hệ số tập trung tải trọng trên mỗi răng, $k_{H\beta} = 1.02 \div 1.28$ [12], ta lấy $k_{H\beta} = 1.15$;
- $[\sigma_H]$ là ứng suất cho phép (MPa).
- k_a hệ số ảnh hưởng của vật liệu, với thép, $k_a = 43$ [1];
- X_{bai} hệ số chiều rộng răng.
- u_i tỉ số truyền của bộ truyền thứ i .
- T_{1i} Mô men xoắn trên trục i (Nmm); Được xác định bởi:

$$T_{1i} = \frac{T_r}{\prod_{j=i}^3 (u_i \cdot \eta_{hg}^{4-i} \cdot \eta_{be}^{5-i})} \quad (3.22)$$

Đường kính bánh răng thứ i step ($i = 1 \div 3$) được xác định bởi [1]:

$$d_{w1i} = 2 \cdot a_{wi} / (u_1 + 1) \quad (3.23)$$

$$d_{w2i} = 2 \cdot a_{wi} \cdot u_i / (u_i + 1) \quad (3.24)$$

3.2.6. Tính giá thành ổ bi

Giá thành ổ bi của trục thứ i $C_{b,i}$ được xác định bởi [16]:

$$C_{b,i} = k_{cb} \cdot C_{b,mi} \quad (3.25)$$

Trong đó $C_{b,mi}$ là giá thành của ổ bi (USD) được xác định bởi [16]:

$$C_{b,mi} = 0.2707 \cdot N_{e,i}^2 - 1.2566 \cdot N_{e,i} + 3.3056 \quad (3.26)$$

3.2.7 Mục tiêu tối ưu hóa

Mục tiêu đặt ra là hàm C_{gb} đạt minimize để giảm giá thành:

Từ những phân tích bên trên, việc xác định tỉ số truyền tối ưu để có được giá thành hộp nhỏ nhất được xác định bởi hàm tối ưu sau:

$$\text{Minime } C_{gb} \quad (3.27)$$

Thoả mãn điều kiện ràng buộc:

$$1 \leq u_i \leq 9 \quad (3.28)$$

Trong đó i là cấp thứ i ($i = 1 \div 3$).

3.3 Thiết kế thí nghiệm

Để đánh giá ảnh hưởng của các thông số đầu vào đến tỷ số truyền u_1 của hộp giảm tốc nhằm đạt giá thành nhỏ nhất. Một thí nghiệm mô phỏng được thiết kế với 12 thông số đầu vào và các mức khảo sát được lựa chọn như trong bảng 3.1. Nhằm mục đích giảm bớt số lượng thí nghiệm mà vẫn đánh giá được ảnh hưởng của các thông số đầu vào ở đây sử dụng quy hoạch thực nghiệm riêng phần (2^{k-p}) $2^{12-5}=128$ thí nghiệm. Thiết kế thí nghiệm này ở độ phân giải IV, với độ phân giải này, không có yếu tố chính hoặc

tương tác hai chiều nào bị trùng hợp với bất kỳ yếu tố chính hay tương tác 2 chiều nào khác.

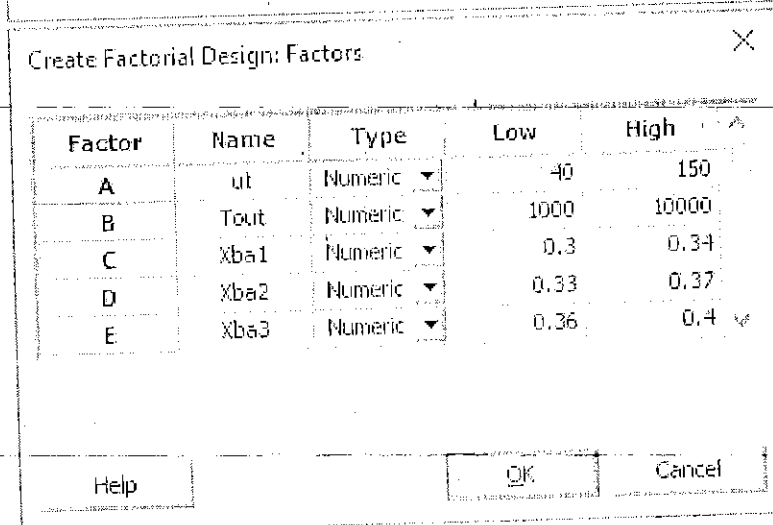
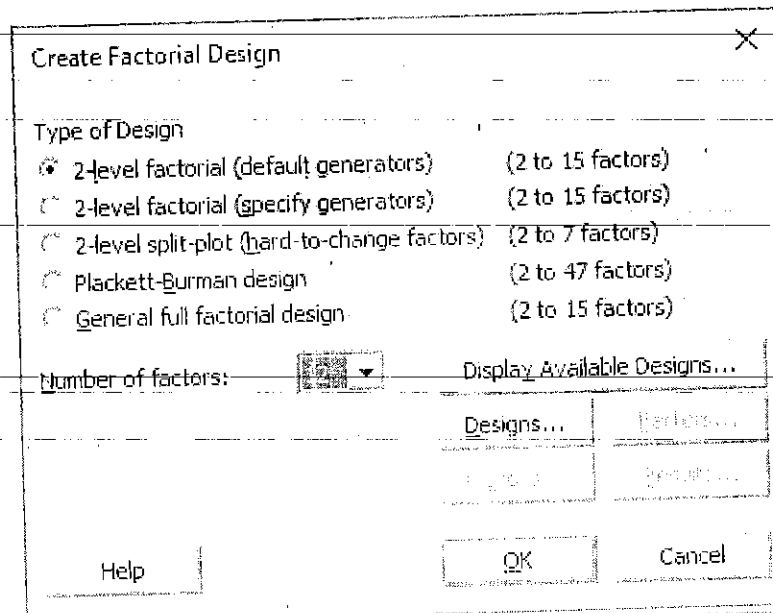
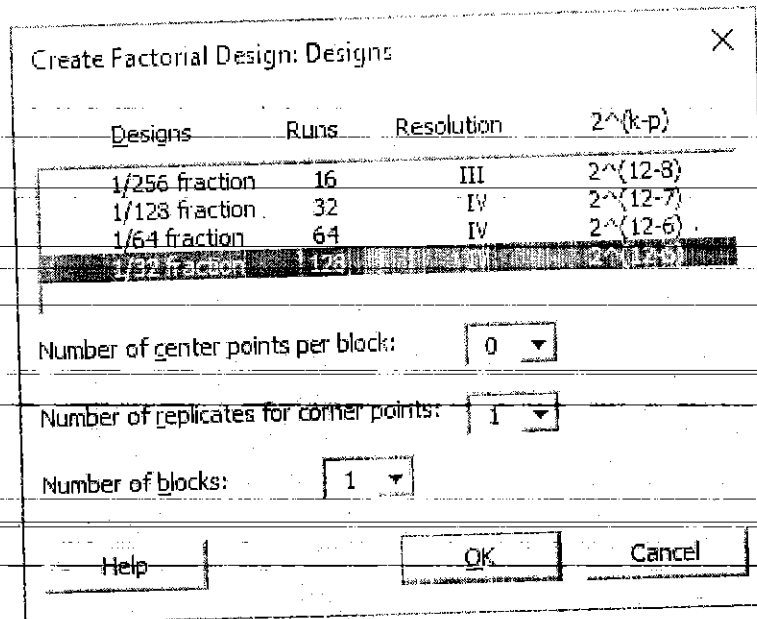
Bảng 3.1 Các thông số đầu vào và mức khảo sát

Factor	Code	Unit	Low	High
Total gearbox ratio	u_t	-	70	150
Output torque	T_{out}	Nmm	1000	10000
Wheel face width coefficient of step 1	X_{ba1}	-	0.3	0.34
Wheel face width coefficient of step 2	X_{ba2}	-	0.33	0.37
Wheel face width coefficient of step 3	X_{ba3}	-	0.36	0.4
Allowable contact stress of step 1	AS_1	MPa	350	420
Allowable contact stress of step 2	AS_2	MPa	350	420
Allowable contact stress of step 3	AS_3	MPa	350	420
Cost of gearbox housing	C_{gh}	USD/kg	1	5
Cost of gears	C_g	USD/kg	2	9
Cost of shafts	C_s	USD/kg	1.5	5
Bearing selling coefficient	K_{cb}		0.7	1

Kế hoạch thí nghiệm và kết quả thí nghiệm được thể hiện trong bảng 3.2 (tỷ số truyền u_1 và u_2).

Bảng 3.2 Kế hoạch thí nghiệm và kết quả thí nghiệm

No.	u_t	T_{out}	X_{ba1}	X_{ba2}	X_{ba3}	AS_1	AS_2	AS_3	C_{gh}	C_g	C_s	k_{cb}	u_1	u_2
1	40	1000	0.3	0.33	0.36	420	420	350	5	9	5	0.7	1.8	4.95
2	40	1000	0.3	0.37	0.4	350	350	350	1	9	5	1	1.3	5.19
3	150	10000	0.34	0.33	0.36	350	350	420	1	9	5	0.7	6.3	5.13
4	150	1000	0.34	0.37	0.4	420	420	420	1	2	2	1	4.3	4.8
5	150	10000	0.3	0.33	0.4	420	350	350	5	9	5	1	6.7	5.31
6	150	1000	0.3	0.33	0.36	350	350	350	1	9	2	1	4.3	5.28
127	150	10000	0.34	0.37	0.4	350	350	350	5	9	5	0.7	7.1	5.46
128	150	10000	0.34	0.37	0.36	420	420	420	5	9	2	0.7	6.3	5.46

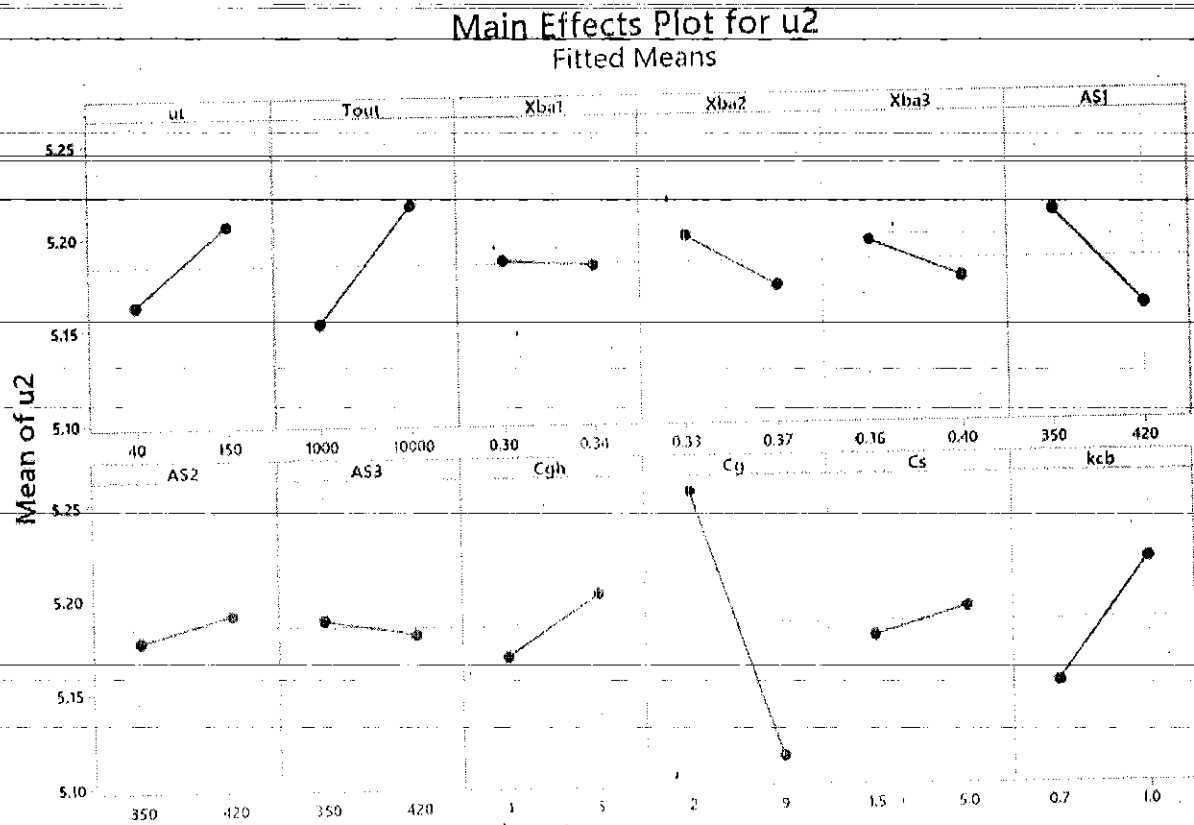


Hình 3.2 Trình tự khai báo biến đầu vào

3.4 Kết quả và bàn luận

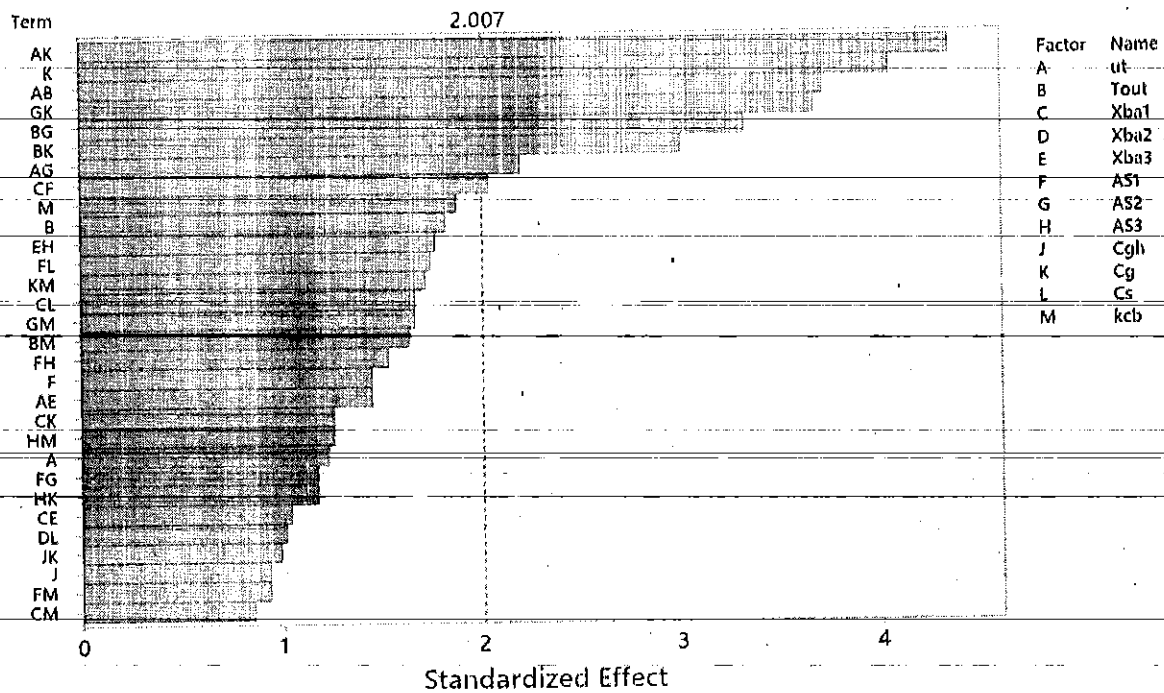
3.4.1 Ảnh hưởng của các thông số thiết kế đến

Hình 3.3 thể hiện ảnh hưởng của các thông số đến tỉ số truyền u_2 . Từ biểu đồ này cho thấy khi u_t , T_{out} , AS_2 , C_{gh} , C_{sg} , k_{cb} tăng thì u_2 tăng. X_{ba1} , X_{ba2} , X_{ba3} , AS_1 , AS_3 và C_g tăng thì u_2 giảm.



Hình 3.3 Ảnh hưởng của các thông số chính đến u_2

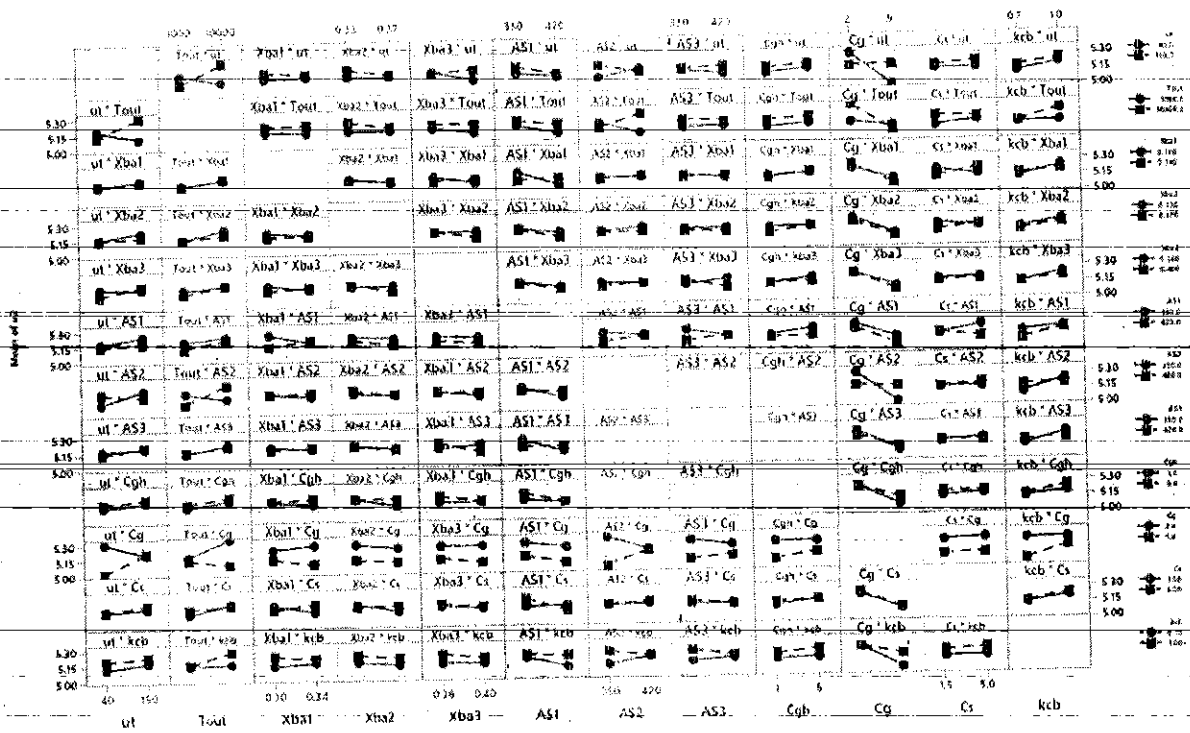
Pareto Chart of the Standardized Effects
(response is u_2 , $\alpha = 0.05$, only 30 effects shown)



Hình 3.4 Biểu đồ pareto chuẩn hóa ảnh hưởng của các thông số đầu vào và tương tác giữa chúng đến u_2

Quan biểu đồ Pareto ở hình 3.4 cho thấy ảnh hưởng của các thông số đầu vào và kể cả tương tác giữa chúng đến u_2 . Mức độ ảnh hưởng của các thông số được thể hiện ở độ dài của cột màu xanh. Ở đây, những thông số có độ lớn vượt qua đường tham-chiếu màu đỏ là những thông số có ảnh hưởng đáng kể tới u_2 với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$. Cụ thể, ta thấy ảnh hưởng của K (c_g) đến u_2 là lớn nhất. Các thông số khác có ảnh hưởng đáng kể tới u_2 trong đó có cả các tương tác, cụ thể là: AB ($u_1 * T_{out}$), AG ($u_1 * AS_2$), AK ($u_1 * C_g$), BG ($T_{out} * AS_2$), BK ($T_{out} * AS_2$), CF ($X_{ba1} * AS_1$), and GK ($AS_2 * C_g$). Ảnh hưởng của các tương tác cũng được thể hiện rõ trong hình 3.5.

Interaction Plot for u2
Fitted Means



Hình 3.5 Ảnh hưởng của các tương tác tới u_2

3.4.2 Xác định phương trình hồi quy để tính toán u_2

Sau khi tiến hành loại bỏ các thông số không ảnh hưởng hoặc có ảnh hưởng rất ít đến u_2 . Ta đi xác định phương trình hồi quy cho u_2 bằng cách sử dụng phần mềm Minitab 19 do số biến rất nhiều nên việc tính toán bằng tay không khả thi. Hệ số ước tính của các thông số đầu vào và cả tương tác giữa chúng được mô tả trong bảng 3.3.

Bảng 3.3 Hệ số ước tính của các thông số đầu vào và tương tác giữa chúng để xác định u_2

Coded Coefficients

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		5.1839	0.0163	318.11	0.000	
ut	0.0431	0.0216	0.0163	1.32	0.188	1.00
Tout	0.0637	0.0319	0.0163	1.96	0.053	1.00
Xba1	-0.0028	-0.0014	0.0163	-0.09	0.931	1.00
AS1	-0.0506	-0.0253	0.0163	-1.55	0.123	1.00
AS2	0.0141	0.0070	0.0163	0.43	0.667	1.00
Cg	-0.1416	-0.0708	0.0163	-4.34	0.000	1.00
ut*Tout	0.1303	0.0652	0.0163	4.00	0.000	1.00
ut*AS2	-0.0769	-0.0384	0.0163	-2.36	0.020	1.00
ut*Cg	0.1519	0.0759	0.0163	4.66	0.000	1.00
Tout*AS2	0.1162	0.0581	0.0163	3.57	0.001	1.00
Tout*Cg	-0.1050	-0.0525	0.0163	-3.22	0.002	1.00
Xba1*AS1	0.0713	0.0356	0.0163	2.19	0.031	1.00
AS2*Cg	0.1284	0.0642	0.0163	3.94	0.000	1.00

Phương trình hồi quy nhận được như sau:

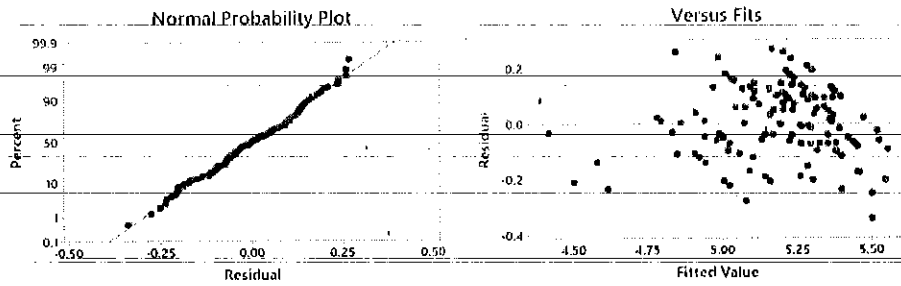
$$\begin{aligned}
 u_2 = & 13.12 + 0.00446 \cdot u_t - 0.000142 \cdot T_{out} - 19.66 \cdot X_{ba1} - 0.01701 \cdot \\
 & AS_1 - 0.00282 \cdot AS_2 - 0.2412 \cdot C_g + 0.000001 \cdot u_t \cdot T_{out} - 0.00002 \cdot u_t \cdot \\
 & AS_2 + 0.000394 \cdot u_t \cdot C_g + 0.0000001 \cdot T_{out} \cdot AS_2 - 0.00000 \cdot T_{out} \cdot C_g + \\
 & 0.0509 \cdot X_{ba1} \cdot AS_1 + 0.000524 \cdot AS_2 \cdot C_g \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

3.3.3 Đánh giá mức độ phù hợp của mô hình

Sự phù hợp của mô hình được đánh giá qua biểu đồ phân bố đánh giá phần dư để xác định độ sai lệch giữa thực nghiệm và u_2 trong hình 3.7.

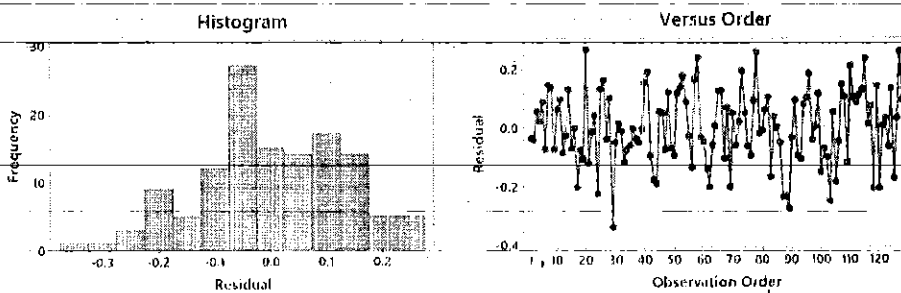
Từ các đồ thị hình 3.7 nhận thấy: trên đồ thị so sánh xác suất phân bố các sai số (hiển thị bởi các điểm màu xanh) so với phân phối chuẩn (nét liền), các sai số này phân bố rất gần với phân phối chuẩn. Điều này cũng được thể hiện rõ trên đồ thị tần suất xuất hiện các sai số thì những sai số cận 0 chiếm phần lớn. Quan sát biểu đồ quan hệ giữa sai số và giá trị tương ứng của mô hình hồi quy (versus fit) cho thấy các điểm phân bố ngẫu nhiên chứng tỏ u_2 không bị ảnh hưởng đáng kể nào khác ngoài các thông số đầu vào đưa vào khảo sát. Tương tự như vậy ở

đồ thị biểu diễn quan hệ giữa sai số và thứ tự các điểm dữ liệu (versus order) cũng phân bố ngẫu nhiên biểu thị u_2 không phụ thuộc vào yếu tố thời gian.



a)

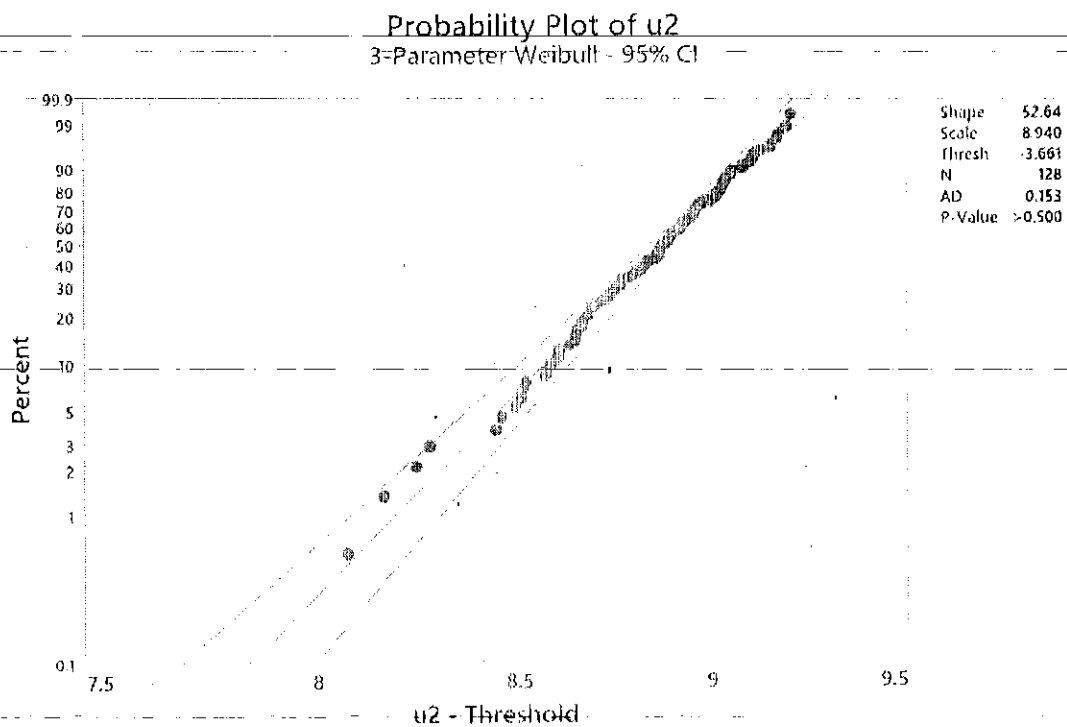
b)



c)

d)

Hình 3.6 Các biểu đồ phân bố đánh giá phần dư cho u_2



Hình 3.8 Đồ thị xác suất về mức độ phù hợp của mô hình thực nghiệm u_2

Kiểm nghiệm mô hình qua phương pháp Anderson-Darling với phần mềm Minitab 19 được thể hiện trong hình 3.8 cho thấy, các dữ liệu ứng với các điểm thí nghiệm (chấm màu xanh) đều nằm trong vùng giới hạn bởi 2 đường giới hạn trên dưới với mức ý nghĩa 95%, đồng thời giá trị $P > 0.500$ lớn hơn giá trị $\alpha = 0.05$, điều này chỉ ra rằng mô hình thực nghiệm đã áp dụng là phù hợp.

Tiến trình tương tự như u_2 , ta có công thức hồi quy để xác định tỷ số truyền u_1 như sau:

$$u_1 = -3.66 + 0.06338 \cdot u_t - 0.00038 \cdot T_{out} + 0.00258 \cdot AS_2 + 0.00757 \cdot AS_3 + 0.411 \cdot C_g - 0.0518 \cdot C_s + 0.002 \cdot k_{cb} - 0.000063 \cdot u_t \cdot AS_3 + 0.001073 \cdot u_t \cdot C_g - 0.01069 \cdot u_t \cdot k_{cb} + 0.000013 \cdot T_{out} \cdot C_g - 0.001206 \cdot AS_3 \cdot C_g \quad (3.30)$$

CHƯƠNG 4. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

4.1 Kết luận

Nghiên cứu này đã đánh giá được ảnh hưởng của các thông số thiết kế cho hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp bằng cách đi tối ưu hóa tỷ số truyền của bộ truyền u_1 và u_2 để đạt được giá thành của hộp nhỏ nhất. Theo đó, chủ nhiệm đề tài đã thiết kế và thực hiện thí nghiệm mô phỏng với 12 thông số đầu vào để xác định các thông số có ảnh hưởng quan trọng nhất đến tỷ số truyền u_1 và u_2 .

Đã xây dựng được công thức tối ưu hóa để xác định u_1 và u_2 đạt được giá thành của hộp là nhỏ nhất.

4.2 Kiến nghị

Dựa trên kết quả nghiên cứu về hộp giảm tốc bánh răng trụ 3 cấp để đạt giá thành hộp nhỏ nhất, ta có thêm các hướng nghiên cứu tiếp theo:

- Tối ưu hoá hộp giảm tốc 3 cấp để đạt được tiết diện mặt cắt ngang hộp nhỏ nhất;
- Tối ưu hoá hộp giảm tốc 3 cấp để đạt được hiệu suất của hộp lớn nhất;
- Tối ưu hoá để đồng thời đạt được khối lượng hộp nhỏ nhất và hiệu suất hộp lớn nhất.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] **Trịnh Chất, Lê Văn Uyển**, Tính toán thiết kế hệ dẫn động cơ khí, NXB giáo dục, 1987.
- [2] **V.N. Kudreavtev; I.A. Gierzaves; E.G. Glukharev**, Design and calculus of gearboxes (in Russian); Mashinostroenie Publishing, Sankt Petersburg, 1971.
- [3] **Chyuan-Jau Shieh, Wen-Hwa Chen**, Effect of angular speed on behavior of a V-belt drive system, *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 44, Issue 9, September 2002, Pages 1879-1892.
- [4] **Göran Gerbert, Jacques De Maré**, Tension distribution in multiple V-belt drives, *Mechanism and Machine Theory*, Volume 30, Issue 8, November 1995, Pages 1279-1294.
- [5] **Trần Thị Phương Thảo, Lê Thị Phương Thảo, Vũ Ngọc Pi**, Tính toán tối ưu tỉ số truyền cho hệ dẫn động cơ khí dùng bộ truyền đai, *Tạp chí Cơ khí Việt Nam*, số 8, 2015, trang 35-41.
- [6] **Lin Hong, Xiao Juan Li**, Structural Optimization of a Chain Transmission with Constraints, *Applied mechanics and materials*, Vol. 687-691 (2014).
- [7] **G.K.Rvabov & M.M.Seledzhieva**, Optimization of the design parameters of a chain transmission, *chemical and petroleum engineering*, Vol. 49 (2013).
- [8] **Nguyễn Thị Thanh Nga và Vũ Ngọc Pi**, Thiết kế tối ưu hộp tăng tốc dùng cho máy phát điện sức gió trục đứng, Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ mười Thái Nguyên, 12-13/11/2010 SBN 978-604-915-000-5
- [9] **Trịnh Chất**, Tính toán tối ưu tỉ số truyền trong hệ truyền động bánh răng, hội nghị khoa học trường đại học Bách khoa Hà Nội nhân dịp 40 năm thành lập trường.
- [10] **Trịnh Chất**, Tính toán phân phối tỉ số truyền cho các cấp trong hộp giảm tốc trục vít – bánh răng, *Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ 5, tập II (7-12)*, 1993.
- [11] **Jasbir S. Arora**, *Introduction to Optimal Design*, 3rd, Elsevier, 2012.
- [12] **Robert Michael Lewis**, *Direct Search Methods: then and now*, Institute for Computer Application in Science and Engineering NASA Langley Research Center, Hampton, VA, ICASE Report No.2000-26.

[13] Milou, G., Dobre, G., Visa, F., and Vitila H., “Optimal Design of Two-step Gear Units, regarding the Main Parameters.” VDI Berichte 1230: 227-44., 1996.

[14] Vũ Ngọc Pi, Nguyễn Văn Dự, “Hướng dẫn Đồ án Chi tiết máy”, Tài liệu nội bộ, TNUT, 2013.

[15] Toolbox, T.E., Density, Specific Weight and Specific Gravity. https://www.engineeringtoolbox.com/density-specific-weight-gravity-d_290.html, (accessed 15/11/2019).

[16] Quang, N.H., et al., Optimizing the partial gear ratios of the two-stage worm gearbox for minimizing total gearbox cost. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2022. 1(1): p. 115.

**PHỤ LỤC I. MỘT ĐOẠN CHƯƠNG TRÌNH XÁC ĐỊNH TỈ SỐ TRUYỀN
TỐI ƯU SỬ DỤNG PHẦN MỀM MATLAB**

```
clear all;
fid1 = fopen('kq1.txt','w');
fid2 = fopen('kq2.txt','w');
Tr=40000; %Mo men xoan truc ra -Nmm; tr=40000 -
2000000
ndc=1450; %so vong quay truc dong co
for Ut=10:30:220,
i=1;
for uh=2:0.01:60,
u2=1.1*uh^(1/3);
ux=Ut/uh;
T12=0.9164*Tr;
aw2=1.2*(u2+1)*(T12/u2)^(1/3);
dw22=2*aw2*u2/(u2+1);
nlx=ndc/uh; %So vong quay dia xich dan
Plx=0.0997*10^-6*Tr*nlx
if (ux >= 1) && (ux <1.5)
Z1=20;
elseif (ux >= 1.5) && (ux < 2)
Z1=28;
elseif (ux >= 2) && (ux < 2.5)
Z1=27;
elseif (ux >= 2.5) && (ux < 3)
Z1=26;
elseif (ux >= 3) && (ux < 3.5)
Z1=25;
elseif (ux >= 3.5) && (ux < 4)
Z1=24;
elseif (ux >= 4) && (ux < 4.5)
Z1=23;
elseif (ux >= 4.5) && (ux < 5)
Z1=21;
elseif (ux >= 5) && (ux < 5.5)
Z1=20;
```

```

elseif (ux >= 5.5) && (ux < 6)
    z1=20;
else
    z1=19;
end;

```

```

nx=ndc/uh;

```

```

%Xac dinh so vong quay dia dan co so n01:

```

```

if (ux < 100)

```

```

    n01=50;

```

```

elseif (ux >= 100) && (ux < 300)

```

```

    n01=200;

```

```

elseif (ux >= 300) && (ux < 500)

```

```

    n01=400;

```

```

elseif (ux >= 500) && (ux < 700)

```

```

    n01=600;

```

```

elseif (ux >= 700) && (ux < 900)

```

```

    n01=800;

```

```

elseif (ux >= 900) && (ux < 1100)

```

```

    n01=1000;

```

```

elseif (ux >= 1100) && (ux < 1300)

```

```

    n01=1200;

```

```

elseif (ux >= 1300)

```

```

    n01=1600;

```

```

end;

```

```

kn=n01/nx;

```

```

% Xac dinh he so k

```

```

%ko=1; %Bo truyen co duong tam nam ngang;

```

```

%ka=1; % aw=(30-50)*p

```

```

%kdc=1; % Bo truyen dieu chinh duoc luc cang xich

```

```

%kbt=1; % Bo truyen lam viec khong bui ban;

```

```

%kc=1.25; % Lam viec 2 ca/ngay

```

```

%kd=1.2; % Tai trong va dap nhe

```

```

%k=1*1*1*1*1*1*1.25*1.2=1.5;

```

```

k=1.5;

```

```

Pt=P1x*k*kn*kz;

```

```

buocxich= vlook1('bang5.5.txt',n01,Pt,[1]);
a=40*buocxich;
d1=buocxich/sin(3.1416/Z1);
d2=d1*ux;
SS=abs((d2-dw22)*100/d2);
    if i==1
        uhluu=uh;
        d2luu=d2;
        dw22luu=dw22;
        SS1uu=SS;
    else
        if (SS<SS1uu)
            SS1uu=SS;
            uhluu=uh;
            d2luu=d2;
            dw22luu=dw22;
        end
    end
d2=d2luu;
dw22=dw22luu;
uh=uhluu;
ux=Ut/uh;
Ut;
i=i+1;
end
fprintf(fid1,'%g\n',ux);
fprintf(fid2,'%g\n',Ut);
end
fclose(fid1);
fclose(fid2);

```


PHỤ LỤC II. BÀI BÁO ĐÃ ĐĂNG

ICERA 2023 – the 6th International Conference on Engineering Research and Applications
1-2 December 2023, Thai Nguyen, Vietnam

Acceptance Letter

International Conference on Engineering Research and Applications
(ICERA 2023)



tu
TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU



Springer

Paper ID: 7002

Paper Title: Calculation of Optimal Gear Ratios for a Three-stage Helical Gearbox
for Getting Minimal Gearbox Cost

Dinh Van Thanh, Tran Huu Danh, Vi Le The Anh, Bui Thanh Danh, Hoang Xuan Tu and
Nguyen Van Trang,

With heartiest congratulations, we are pleased to inform you that based on the
recommendations of the reviewers and the Technical Program Committees, your paper
identified above has been accepted for publication and oral presentation in the 6th
International Conference on Engineering Research and Applications - ICERA 2023.

ICERA 2023 conference received more than 250 submissions from 18 countries and
regions so far, reviewed by international experts; the acceptance ratio is controlled below
40%. Your paper will be published in the Conference Proceedings in the series “Lecture
Notes in Networks and Systems” by Springer, indexed in Scopus, Q4 after registration.

Herewith, the conference committee sincerely invites you to come to present your paper
at ICERA 2023 to be held at Thai Nguyen University of Technology, Thai Nguyen,
Vietnam, 1-2 December 2023.

For more information of the conference, please check the ICERA 2023 website at:
<https://icera2023.tnut.edu.vn/>

Your sincerely,

ICERA 2023 Organizing Committees

Please Finish the Following Six Steps to Register Your Paper

1. Revise your paper according to the Review Comments carefully (attached).

2. Format your paper according to the Template.

(see <http://icera2023.tnut.edu.vn/submit-papers/>)

3. Download, complete and title the Registration Form as *ICERA2023_PaperID_registrationforcarefully Revise your paper according to the Review Comments m (attached)*.

4. Finish the payment of the Registration fee, scan the payment proof, and title as *ICERA2023_PaperID_paymentproof*.

(see <http://icera2023.tnut.edu.vn/registration/>)

Note that: The authors must pay the transfer fee for your paper/papers (if any).

5. Finish Copyright Form (attached).

Steps: ① Fill in the blank as requested; ② Print the FORM; ③ Corresponding's handwriting signature; ④ Scanning the copyright form as (.pdf) file; ⑤ Title as ICERA2023_PaperID_copyright)

6. Send your final papers (.doc (.docx) Springer format), filled registration form (.doc format), signed copyright and the scanned payment proof to icera@tnut.edu.vn (**Before August 21, 2023**)

If the above requirements are met by the set deadlines, your paper will be published in the Conference Proceedings by Springer, indexed in Scopus, Q4. The Conference Program will be available to download from the official website <http://icera2023.tnut.edu.vn> around the middle of November.

Calculation of Optimal Gear Ratios for a Three-step Helical Gearbox for Getting Minimal Gearbox Cost

Dinh Van Thanh¹, Tran HUU Danh², VI Le The Anh³, Bui Thanh Danh⁴, Hoang Xuan Tu⁵, and Nguyen Van Trang^{5*}

¹East Asia University of Technology, Vietnam

²Vinh-Long University of Technology Education, Vietnam

³Nguyen Tat Thanh University, Ho Chi Minh City, Vietnam

⁴University of Transport and Communications, Vietnam

⁵Thai Nguyen University of Technology, Thai Nguyen, Vietnam
nvtrang@tnut.edu.vn

Abstract. Based on the cost optimization problem, this work provides the study results to estimate the optimal partial gear ratios of a three-step helical gearbox. To address this issue, a simulation experiment with twelve input parameters was planned and carried out. The effect of input parameters on component gear ratio was examined. Regression formulas to identify the optimal partial ratios to achieve the lowest gearbox cost have also been proposed. Since they are all in the form of an explicit function, these formulas are simple to use.

Keywords: Helical gearbox, Three-step gearbox, Gear ratios, Cost optimization.

1 Introduction

In reality, there are certainly numerous drive systems available, involving mechanical, electric, hydraulic, pneumatic drive, and so on. The mechanical transmission system is the most widely used of these. Since mechanical transmission has a simple structure, stable operation, high reliability, and inexpensive costs. As an outcome, the design and optimal design of the gearbox has been and continues to be a concern to various scientists.

There has been a variety of research on helical gearbox. [1] investigates the most desirable partial gear ratios for a two-step helical gearbox using a simulation experiment. [2] focuses on the design of an optimized 3-step gearbox, with the aim of meeting both functional and reliability demand in the real world. In addition, [3] studies the dynamic response of a power closed double-helical gear system, which found that manufacturing error causes shaft frequency excitation, which can lead to significant unloaded gearbox vibration. Another study by [4] introduces an optimized lubrication method for a helical bevel gearbox, which results in an increase in the gearbox service life from 1.9 year to a minimum of 5 years. [5] put forth a model that provides implications vibration-based error judgment of helical gear systems. [6] developed a tech-

nique that speed up the remeshing process to explore dip and injection lubrication in helical and spur gearboxes. Moreover, [7] proposes a regression formula that is easily applicable to achieve the smallest gearbox costs, and from that determines the optimal partial gear ratios for a three-step helical gearbox. Another study develops condition monitoring (CM) for a multi-step helical gearbox using airborne sound [8]. [9] conducted research on the helical cylindrical gear of a crane reducer. It found that the gear meshing force amplitude varies at different frequencies and multiples, showing a decreasing trend as the frequency multiplier increases. Research on predicting power loss in a helical gearbox [10] highlights the influence of friction between meshing gear teeth on power loss during normal operation. It demonstrates how accurate prediction in the design process can improve efficiency of gear transmission significantly.

A work on establishing the optimal gear ratio of a three-step helical gearbox is presented in this paper. The effect of many major design factors on optimal gear ratios has been considered. Regression formulas to identify optimal partial gear ratios have also been provided.

2 Optimization problem

2.1 Cost analysis

The cost of a three-step helical gearbox, C_{gb} , is calculated by:

$$C_{gb} = C_g + C_{gh} + C_s + C_b \quad (1)$$

In which, C_g , C_{gh} , C_s , and C_b are the cost of gears, gearbox housing, shafts, and bearings, respectively. These cost components can be found by:

$$C_g = c_{g,m} \cdot m_g \quad (2)$$

$$C_{gh} = c_{gh,m} \cdot m_{gh} \quad (3)$$

$$C_s = c_{s,m} \cdot m_s \quad (4)$$

$$C_b = 2 \cdot \sum_{i=1}^n C_{b,i} \quad (5)$$

In Equations (2) to (5), $c_{g,m}$ is the gear cost per a kilogram (USD/kg); m_g is the gear mass (kg); $c_{gh,m}$ is the gearbox housing cost per a kilogram (USD/kg); m_{gh} is the mass of the gearbox housing (kg); $c_{s,m}$ is the shaft cost per a kilogram (USD/kg); m_s is the shaft mass (kg); $C_{b,i}$ is the cost of a bearing on the i th shaft.

2.2 Calculating Gearbox Housing Mass

m_{gh} can be determined by:

$$m_{gh} = \rho_{gh} \cdot V_{gh} \quad (6)$$

In which, ρ_{gh} is the weight density; $\rho_{gh} = 7.2$ (kg/m³) (the material is cast iron) [11]; V_{gh} is gearbox housing volume (m³) which is found by:

$$V_{gh} = 2 \cdot V_b + 2 \cdot V_{A1} + 2 \cdot V_{A2} \quad (7)$$

Where, V_b , V_{A1} , and V_{A2} are the respective volumes of the bottom housing, side A1, and side A2 (kg). They is determined as follows (see Figure 1):

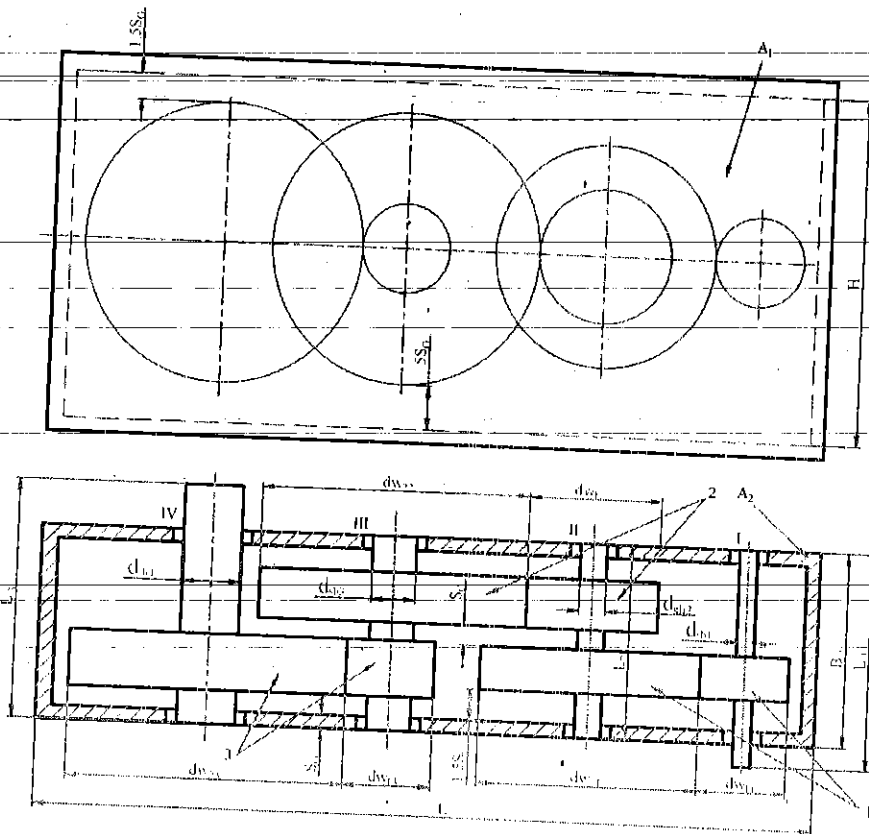


Fig. 1. Calculated schema

$$V_b = L \cdot B_1 \cdot 1.5 \cdot S_G \quad (8)$$

$$V_{A1} = L \cdot H \cdot S_G \quad (9)$$

$$V_{A2} = B_2 \cdot H \cdot S_G = (B_1 - 2 \cdot S_G) \cdot H \cdot S_G \quad (10)$$

Replacing (8), (9), and (10) into (7) we have:

$$V_{gh} = 3 \cdot L \cdot B_1 \cdot S_G + 2 \cdot L \cdot H \cdot S_G + 2 \cdot (B_1 - 2 \cdot S_G) \cdot H \cdot S_G \quad (11)$$

Where, L, H, B₁, and S_G can be determined by:

$$L = (d_{w11} + d_{w21}/2 + d_{w12}/2 + d_{w22}/2 + d_{w13}/2 + d_{w23}/2 + d_{w14}/2 + d_{w24} + 20) \quad (12)$$

$$H = \max(d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24}) + 6.5 + S_G \quad (13)$$

$$B_1 = \max(b_{w1}, b_{w3}) + \max(b_{w2}, b_{w4}) + 6 \cdot S_G \quad (14)$$

$$S_G = 0.005 \cdot L + 4.5 \quad (15)$$

2.3 Calculating gear mass

For a three-step helical gearbox, the gear mass is determined by:

$$m_g = m_{g1} + m_{g2} + m_{g3} \quad (16)$$

Wherein, m_{g1} , m_{g2} and m_{g3} are the mass of gears of steps 1, 2 and 3 (kg). The gear mass of step i ($i = 1 \div 3$) is found by:

$$m_{gi} = \rho_g \cdot \left(\frac{\pi \cdot e_1 \cdot d_{wi}^2 \cdot b_{wi}}{4} + \frac{\pi \cdot e_2 \cdot d_{w2i}^2 \cdot b_{wi}}{4} \right) \quad (17)$$

Where, ρ_g is the weight density of gear material (kg/m³); with steel gear, $\rho_{gh} = 7.2$ (kg/m³) [11]; $e_1 = 1$ and $e_2 = 0.6$ are the volume coefficients of the drive gear and the driven gear [11]; $b_{wi} = X_{bai} \cdot a_{wi}$ is the width of the gears (mm).

2.4 Calculating shaft mass

The mass of shafts is determined by:

$$m_s = \sum_{i=1}^4 m_{si} \quad (18)$$

In which, m_{si} is the mass of shaft i ($i = 1 \div 4$) which can be found by:

$$m_{si} = \rho_s \cdot \pi \cdot d_{si}^2 \cdot l_{si} / 4 \quad (19)$$

In which, m_{si} is the mass of shafts i (kg); ρ_s is the weight density of shaft material; $\rho_{gh} = 7.2$ (kg/m³) since the shaft material is steel [11]; l_{si} is the length of shaft i ($i = 1 \div 4$) which can be found by (see Figure 1):

$$l_{s1} = B_1 + 1.2 \cdot d_{s1} \quad (20)$$

$$l_{s2} = l_{s3} = B_1 \quad (21)$$

$$l_{s4} = B_1 + 1.2 \cdot d_{s4} \quad (22)$$

Also, d_{si} is the diameter of shaft i ($i = 1 \div 4$) can be found by:

$$d_{si} = [T_{1i} / (0.2 \cdot [\tau])]^{1/3} \quad (23)$$

In which, $[\tau] = 17$ (MPa) is the allowable shear stress [12].

2.5 Calculating the gear center distances

The center distance of the i step is determined by [12]:

$$a_{wi} = k_a \cdot (u_i + 1) \cdot \sqrt[3]{T_{1i} \cdot k_{H\beta} / ([\sigma_{Hi}]^2 \cdot u_i \cdot X_{bat})} \quad (24)$$

In which, $k_a = 43$ is the material coefficient; $k_{H\beta}$ is the contacting load ratio; $[\sigma_{Hi}]$ is the permissible contact stress (MPa), X_{bat} is the wheel face width coefficient, and T_{1i} is the torque on the drive shaft (Nmm) of the i step ($i = 1 \div 3$); T_{1i} is calculated by:

$$T_{1i} = \frac{T_r}{\prod_{j=i}^3 (u_j \cdot n_{hg}^{4-i} \cdot n_{be}^{5-i})} \quad (25)$$

The pitch diameters of the pinion and the gear of the i step ($i = 1 \div 3$) is calculated by [12]:

$$d_{w1i} = 2 \cdot a_{wi} / (u_i + 1) \quad (26)$$

$$d_{w2i} = 2 \cdot a_{wi} \cdot u_i / (u_i + 1) \quad (27)$$

2.6 Calculating bearing cost

The bearing cost on the i^{th} shaft $C_{b,i}$ can be found by [13]:

$$C_{b,i} = k_{cb} \cdot C_{b,mi} \quad (28)$$

Where $C_{b,mi}$ is the maximum retail price of the bearing (USD) which can be calculated by [13]:

$$C_{b,mi} = 0.2707 \cdot N_{e,i}^2 - 1.2566 \cdot N_{e,i} + 3.3056 \quad (29)$$

2.7 Optimization Problem

From above analysis, the optimization task of determining optimal gear ratios for minimizing gearbox cost is able to be symbolized in the following manner:

$$\text{Minimize } C_{gb} \quad (30)$$

Satisfy the following constraint:

$$1 \leq u_i \leq 9 \quad (31)$$

In which i is the step number ($i = 1 \div 3$).

3 Simulation experiment

A simulation experiment was performed to assess the impact of the main design variables on the partial gear ratios. For this study, twelve major design factors were chosen (Table 1). The factorial design (with $2^{12-5} = 128$ test runs) was selected using Minitab R19 software. The experimental plan and the output results (the gear ratios u_1 and u_2) are provided in Table 2.

Table 1. Main design factors and their levels

Factor	Code	Unit	Low	High
Total gearbox ratio	u_1	-	70	150
Output torque	T_{out}	Nmm	1000	10000
Wheel face width coefficient of step 1	X_{ba1}	-	0.3	0.34
Wheel face width coefficient of step 2	X_{ba2}	-	0.33	0.37
Wheel face width coefficient of step 3	X_{ba3}	-	0.36	0.4
Allowable contact stress of step 1	AS_1	MPa	350	420
Allowable contact stress of step 2	AS_2	MPa	350	420
Allowable contact stress of step 3	AS_3	MPa	350	420
Cost of gearbox housing	C_{gh}	USD/kg	1	5
Cost of gears	C_g	USD/kg	2	9
Cost of shafts	C_s	USD/kg	1.5	5
Bearing selling coefficient	k_{cb}		0.7	1

4 Results and analysis

This section analyzes the impacts of the primary design factors on the optimal gear ratio of the second step u_2 and creates a regression formula to determine it.

4.1 The Influence of Input Parameters

The main effects plot (Figure 2) depicts qualitatively the influence of the main experimental variables on partial gear ratios u_2 . From this graph it can be seen that u_2 is proportional to u_1 , T_{out} , AS_2 , C_{gh} , C_s , k_{cb} and inversely proportional to X_{ba1} , X_{ba2} , X_{ba3} , AS_1 , AS_3 , C_g .

Table 2. Experimental plan and output results

No.	u_1	T_{out}	X_{ba1}	X_{ba2}	X_{ba3}	AS_1	AS_2	AS_3	C_{gh}	C_g	C_s	k_{cb}	u_1	u_2
1	40	1000	0.3	0.33	0.36	420	420	350	5	9	5	0.7	1.8	4.95

2	40	1000	0.3	0.37	0.4	350	350	350	1	9	5	1	1.3	5.19
3	150	10000	0.34	0.33	0.36	350	350	420	1	9	5	0.7	6.3	5.13
4	150	1000	0.34	0.37	0.4	420	420	420	1	2	2	1	4.3	4.8
5	150	10000	0.3	0.33	0.4	420	350	350	5	9	5	1	6.7	5.31
6	150	1000	0.3	0.33	0.36	350	350	350	1	9	2	1	4.3	5.28
127	150	10000	0.34	0.37	0.4	350	350	350	5	9	5	0.7	7.1	5.46
128	150	10000	0.34	0.37	0.36	420	420	420	5	9	2	0.7	6.3	5.46

Main Effects Plot for u₂
Fitted Means

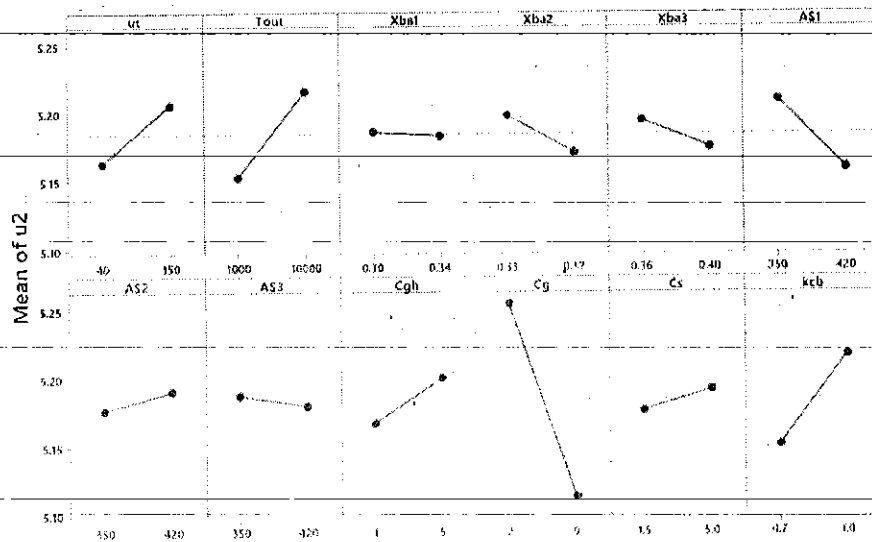


Fig. 2. Main effect plot for u₂

The Pareto diagram in Figure 3 depicts the degree of influence of the parameters and their interactions on u₂. In this graph, the variables with the greatest influence on u₂ are those whose magnitude exceeds the red reference line (with a significance level of = 0.05). This chart shows that only K (C_g) has a significant effect on u₂, while the other parameters have an effect that is less than the significance level of =0.05. Interactions between them, however, have a significant effect on u₂, including AB (u₁*T_{out}), AG (u₁*AS₂), AK (u₁*C_g), BG (T_{out}*AS₂), BK (T_{out}*AS₂), CF (X_{bar}*AS₁), and GK (AS₂*C_g). Besides, Figure 4 clearly shows the effect of the interactions.

Pareto Chart of the Standardized Effects
(response is u_2 , $\alpha = 0.05$, only 30 effects shown)

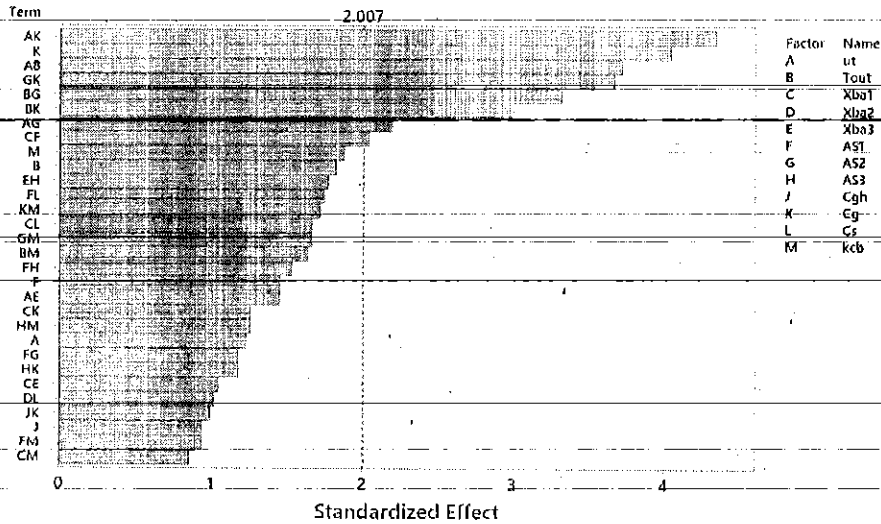


Fig. 3. Pareto chart of the standardized effects for u_2

4.2 Finding regression models for calculation of u_2

Minitab 19 software is used to determine the regression equation to identify u_2 . Table 3 indicates the estimated coefficients of the input parameters and their interactions after removing parameters that have little or no effect on u_2 . The following regression equation can be used to figure out the optimal gear ratio u_2 .

$$\begin{aligned}
 u_2 = & 13.12 + 0.00446 \cdot u_t - 0.000142 \cdot T_{out} - 19.66 \cdot X_{ba1} - 0.01701 \cdot AS_1 - \\
 & 0.00282 \cdot AS_2 - 0.2412 \cdot C_g + 0.000001 \cdot u_t \cdot T_{out} - 0.00002 \cdot u_t \cdot AS_2 + \\
 & 0.000394 \cdot u_t \cdot C_g + 0.0000001 \cdot T_{out} \cdot AS_2 - 0.00000 \cdot T_{out} \cdot C_g + 0.0509 \cdot X_{ba1} \cdot \\
 & AS_1 + 0.000524 \cdot AS_2 \cdot C_g \quad (32)
 \end{aligned}$$

The residual plot (Figure 5) is used to assess the suitability of the proposed model for u_2 . According to the graphs in Figure 5, the majority of these errors are distributed very close to the normal distribution (the solid line) on the normal probability graph (Fig. 5a) (with only 1 outlier on the graph). This is also evident in the graph of error frequency (Fig. 5c), where errors near 0 account for the vast majority of errors. The graph of the relationship between the error and the corresponding value of the regression model (the Versus Fits - Fig. 5b) shows that u_2 is not significantly affected by anything other than the input parameters. Similarly, the graph representing the relationship between error and data point order (the Versus Order) is randomly distributed. It means that u_2 is independent of time.

Interaction Plot for u_2
Fitted Means

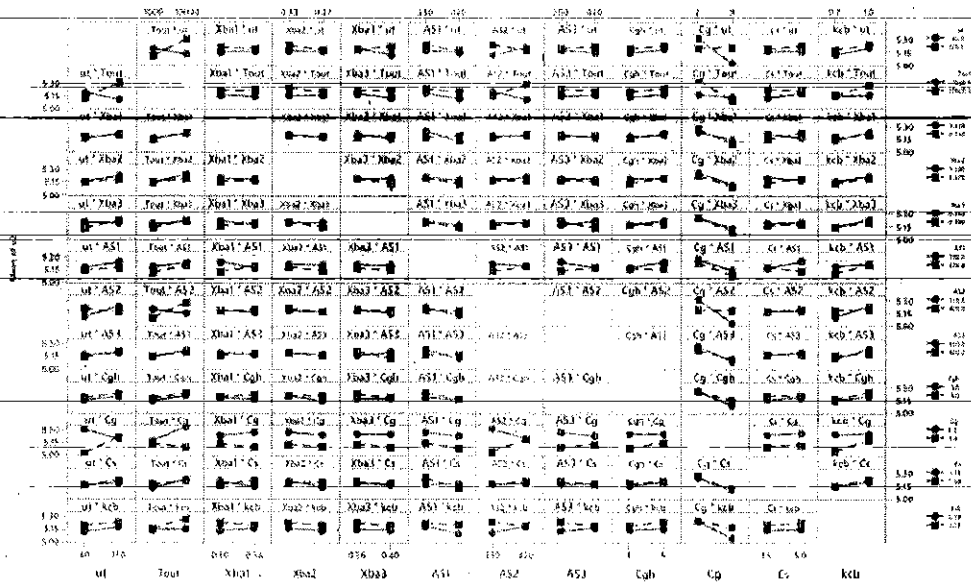


Fig. 4. Interaction plot for u_2

Table 3. Estimated effects and coefficients for u_2

Coded Coefficients

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		5.1839	0.0163	318.11	0.000	
u_1	0.0431	0.0216	0.0163	1.32	0.188	1.00
T_{out}	0.0637	0.0319	0.0163	1.96	0.052	1.00
X_{ba1}	-0.0028	-0.0014	0.0163	-0.09	0.931	1.00
$AS1$	-0.0506	-0.0253	0.0163	-1.55	0.123	1.00
$AS2$	0.0141	0.0070	0.0163	0.43	0.667	1.00
Cg	-0.1416	-0.0708	0.0163	-4.34	0.000	1.00
$u_1 \cdot T_{out}$	0.1303	0.0652	0.0163	4.00	0.000	1.00
$u_1 \cdot AS2$	-0.0769	-0.0384	0.0163	-2.36	0.020	1.00
$u_1 \cdot Cg$	0.1519	0.0759	0.0163	4.66	0.000	1.00
$T_{out} \cdot AS2$	-0.1162	-0.0581	0.0163	-3.57	0.001	1.00
$T_{out} \cdot Cg$	-0.1050	-0.0525	0.0163	-3.22	0.002	1.00
$X_{ba1} \cdot AS1$	0.0713	0.0356	0.0163	2.19	0.031	1.00
$AS2 \cdot Cg$	0.1284	0.0642	0.0163	3.94	0.000	1.00

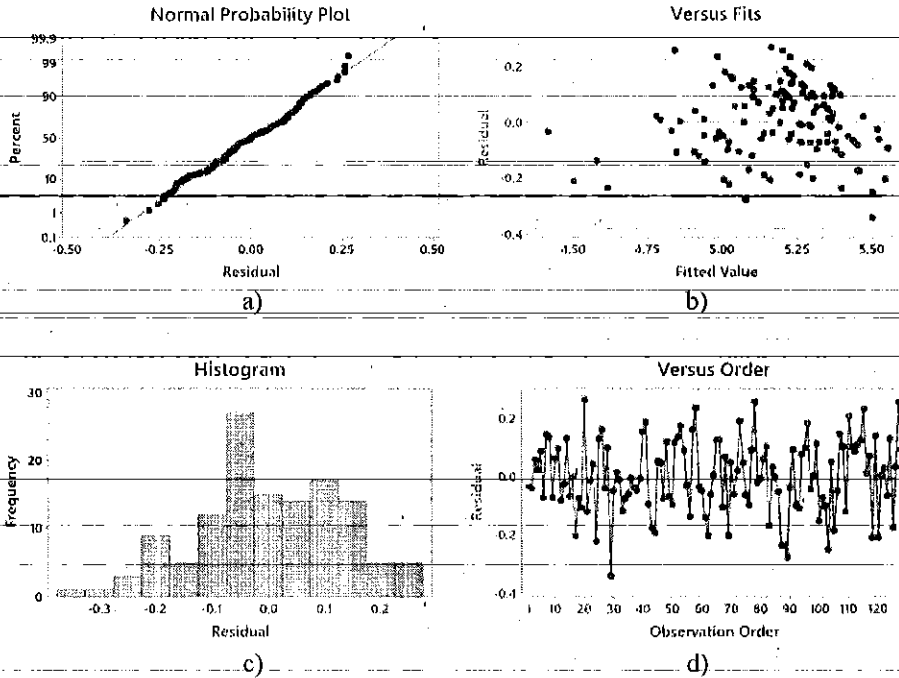


Fig. 5. Residual plots for u_2

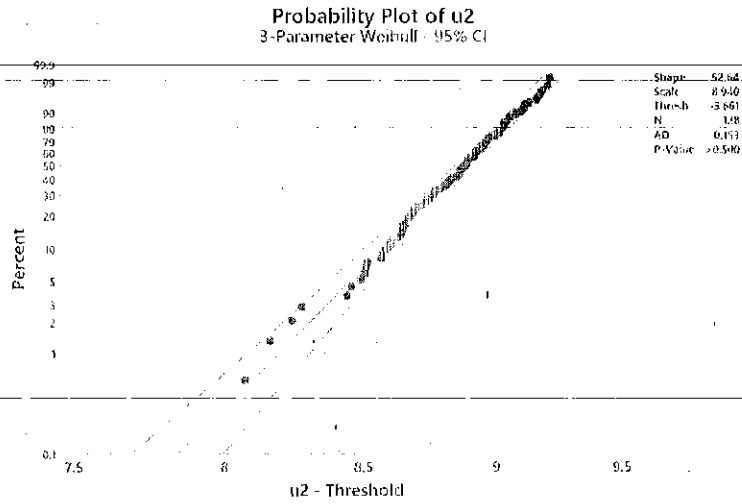


Fig. 6. Probability Plot of u_2

The proposed model has been verified using the Anderson-Darling technique and the Minitab 19 software. Figure 6 demonstrates the results, which indicate that the data corresponds to the experimental points (blue dots) and is in the region bounded by

two upper and lower limits with a 95% significance level. Furthermore, a $P > 0.500$ value greater than the $= 0.05$ value suggests that the experimental model used is appropriate.

Proceed similarly to u_2 , the regression formula for computing the optimal gear ratio of the first step u_1 is as follows:

$$u_1 = -3.66 + 0.06338 \cdot u_t - 0.00038 \cdot T_{out} + 0.00258 \cdot AS_2 + 0.00757 \cdot AS_3 + 0.411 \cdot C_g - 0.0518 \cdot C_s + 0.002 \cdot k_{cb} - 0.000063 \cdot u_t \cdot AS_3 + 0.001073 \cdot u_t \cdot C_g - 0.01069 \cdot u_t \cdot k_{cb} + 0.000013 \cdot T_{out} \cdot C_g - 0.001206 \cdot AS_3 \cdot C_g \quad (33)$$

5 Conclusions

The results of an investigation on the cost optimization problem for figuring out the partial gear ratio of a 3-step helical gearbox were reported in this article. A simulation experiment was designed and carried out to deal with this problem. The impact of main design variables on the optimal partial gear ratios for a three-step helical gearbox was evaluated using experiment results analysis. Regression equations for establishing optimal partial gear ratios have also been proposed. The study additionally proves that these equations agree well with the experimental data.

Acknowledgment

This work was supported by Thai Nguyen University of Technology.

References

1. Linh, N.H., et al. *Cost Optimization Study for Two-Stage Helical Gearbox with Second Stage Double Gear Sets*. in *International Conference on Engineering Research and Applications*. 2022. Springer.
2. Patil, S.S., et al., *Design and Optimization of a 3-Stage Industrial Gearbox*, in *Advances in Manufacturing Engineering: Select Proceedings of ICFAMMT 2022*. 2022, Springer. p. 297-315.
3. Gong, J., et al., *Experimental study on vibration characteristics of double-helical gearbox with isolators*. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2022. **36**(9): p. 4379-4393.
4. Maláková, S. and S. Sivák, *Practical Example of Modification of a Gearbox Lubrication System*. *Lubricants*, 2022. **10**(6): p. 110.
5. Wang, S., R. Zhu, and Z. Xiao, *Investigation on crack failure of helical gear system of the gearbox in wind turbine: Mesh stiffness calculation and vibration characteristics recognition*. *Ocean Engineering*, 2022. **250**: p. 110972.

6. Mastrone, M.N. and F. Concli, *Application of the GRAMC mesh-handling strategy for the simulation of dip and injection lubrication in gearboxes*. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, 2022. **10**(4): p. 303-313.
7. Quang, N.H., et al. *Determining Optimum Gear Ratios for a Four-Stage Helical Gearbox for Getting Minimum Gearbox Cost*. in *International Conference on Engineering Research and Applications*. 2021. Springer.
8. Lu, K., et al., *Acoustics based monitoring and diagnostics for the progressive deterioration of helical gearboxes*. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2021. **34**: p. 1-12.
9. Tang, Y., Q. Liu, and Q. Zhu. *Fault simulation and forecast of helical cylindrical gear of reducer based on Adams*. in *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. IOP Publishing.
10. Salawu, E.Y., et al., *On the prediction of power loss in helical gearbox via simulation approach*. *Cleaner Engineering and Technology*, 2021. **3**: p. 100128.
11. Toolbox, T.E., *Density, Specific Weight and Specific Gravity*, https://www.engineeringtoolbox.com/density-specific-weight-gravity-d_290.html (Accessed 27/5/2021).
12. Trinh Chat, L.V.U., *Calculation of mechanical driven systems*. Education Publisher, 2008 (in Vietnamese).
13. Quang, N.H., et al., *Optimizing the partial gear ratios of the two-stage worm gearbox for minimizing total gearbox cost*. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2022. **1**(1): p. 115.